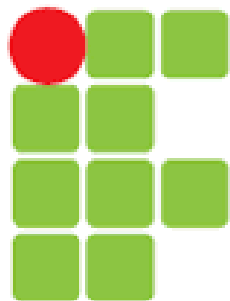


Física IV



INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE



Fótons e Natureza Ondulatória da Luz

Sears – capítulo 38 - 39

Prof. Nelson Luiz Reyes Marques

Corpo Negro

Um objeto em qualquer temperatura emite radiação eletromagnética, frequentemente denominada **radiação térmica**.

Em baixas temperaturas a maior taxa de emissão está na faixa do **infravermelho**, tipo de radiação não visível.

Com o aumento gradativo da temperatura, o corpo começa a emitir luz visível, de início de cor avermelhada, passando para a amarela, a verde, a azul, até chegar à branca, em temperaturas suficientemente altas, como ocorre no filamento de tungstênio das lâmpadas incandescentes.

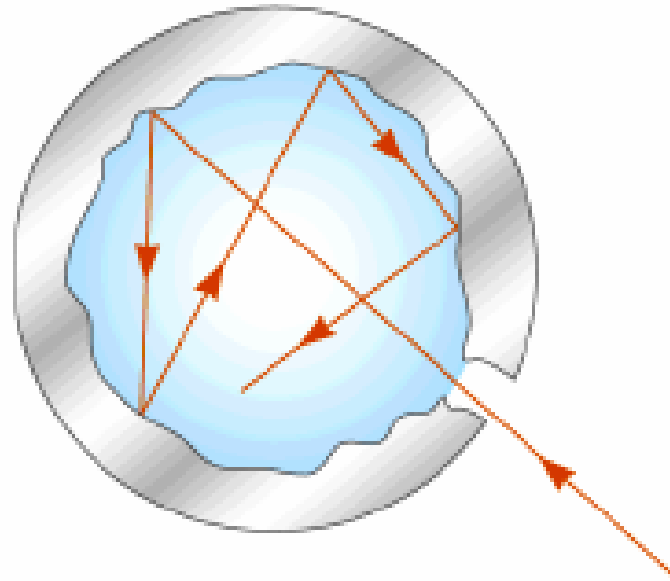
Corpo Negro

Para o estudo das radiações emitidas foi idealizado um corpo, denominado **corpo negro**. Ele absorve toda radiação incidente, isto é, sua absorvidade é igual a 1 ($a = 1$) e sua refletividade é nula ($r = 0$), daí decorrendo seu nome. Todo bom absorvedor é bom emissor; por isso o corpo negro é também um emissor ideal. Sua emissividade é igual a 1 ($e = 1$).

Um **modelo prático** de corpo negro é obtido com um objeto oco provido de um pequeno orifício: qualquer radiação que penetra nesse orifício não sai mais, sendo absorvida pelas paredes internas do objeto oco. **O orifício constitui o corpo negro**. Se o objeto oco for aquecido por uma fonte de calor no seu interior, há emissão de radiação pelo orifício.

Corpo negro

Aproximação do corpo negro ideal: a luz (radiação) que entra pela abertura é refletida pelas paredes interiores. Em cada reflexão, parte dessa luz é também absorvida. Ao fim de algumas reflexões, toda a luz incidente foi absorvida. Então, toda a radiação que for emitida e sair pela abertura é apenas função da temperatura no interior da cavidade.



Corpo Negro

Um **corpo negro** é um corpo hipotético que emite (ou absorve) radiação eletromagnética em todos os comprimentos de onda, de forma que:

- toda a radiação incidente é completamente absorvida, e
- em todos os comprimentos de onda e em todas as direções a máxima radiação possível para a temperatura do corpo é emitida.

$$I = \sigma T^4 \quad \sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4$$

Onde a intensidade total emitida pelo corpo negro é dada por unidade de área e por segundo, T é a temperatura absoluta (termodinâmica) e σ é a constante de Stefan-Boltzmann.

O espectro de corpo negro – Exemplo

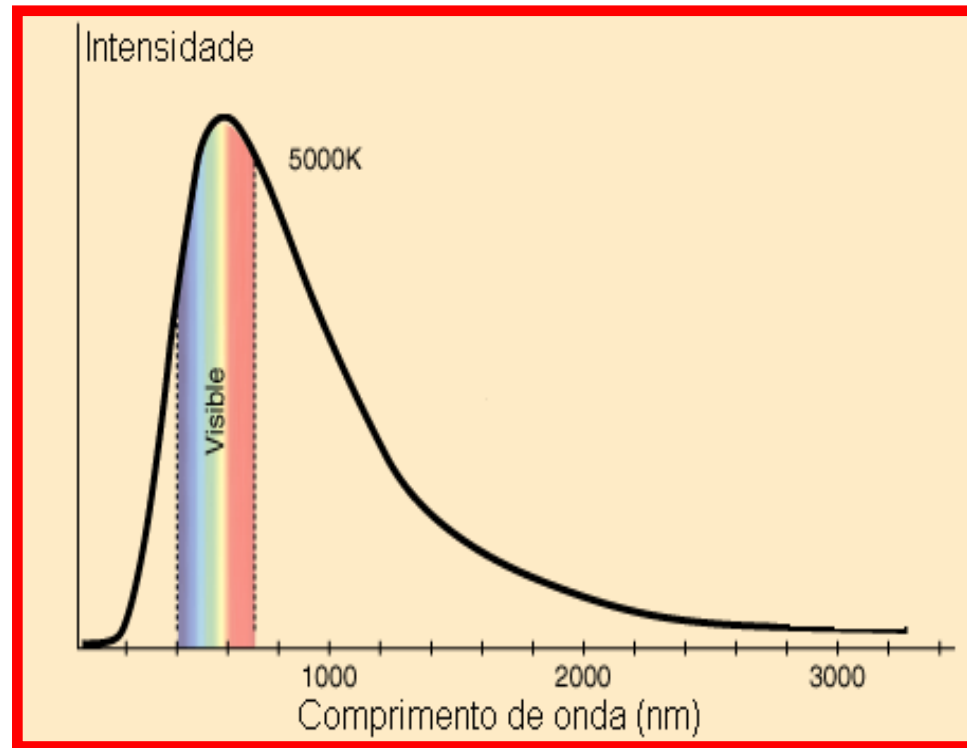
Estime a potência irradiada, à temperatura ambiente, por um objeto cuja superfície é 1 m^2 .

$$I = \sigma T^4$$

$$P = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4} (297 \text{ K})^4 \cdot 1 \text{ m}^2 = 441 \text{ W}$$

O espectro de corpo negro

Dados experimentais permitem relacionar a intensidade I da radiação emitida por um corpo negro em função do comprimento de onda λ , a uma dada temperatura, como mostra a figura:



Observe no gráfico que, para dado comprimento de onda, a intensidade da radiação adquire valor máximo.

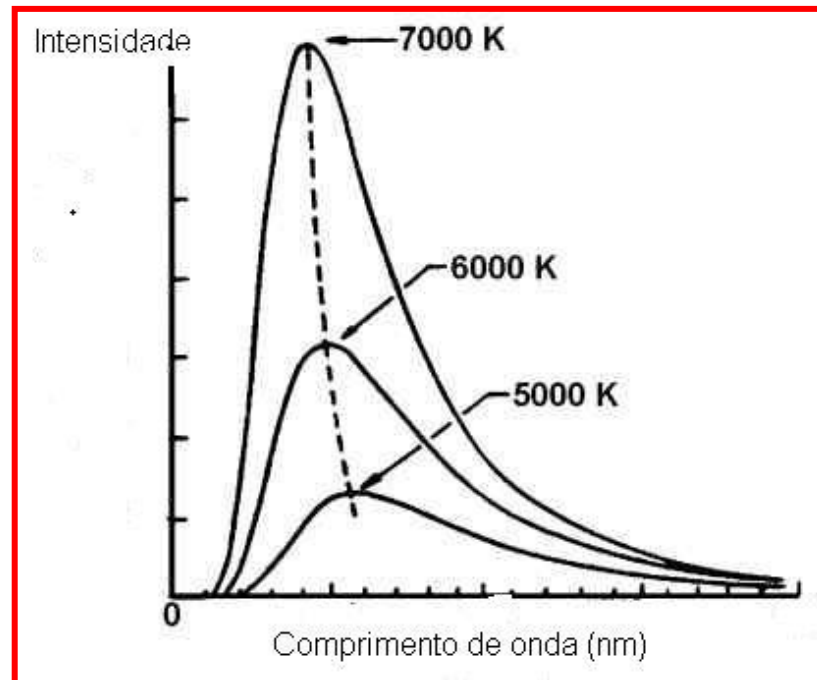
O espectro de corpo negro

Retomando o gráfico anterior, outra conclusão que pode ser tirada:

- aumentando-se a temperatura, o pico da distribuição se desloca para comprimentos de onda menores.

De acordo com a **lei do deslocamento de Wien**, temos:

$$\lambda_{I \text{ máx}} \cdot T = 2,898 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$$



O espectro de corpo negro – Exemplo 1

Fazendo-se a luz do Sol passar por um prisma e medindo a intensidade da energia para diversas frequências, obtemos uma curva espectral. O pico da curva corresponde à frequência de $5,6 \cdot 10^{14}$ Hz. Qual deve ser a temperatura da superfície do Sol?

$$\lambda_{\max} T = 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

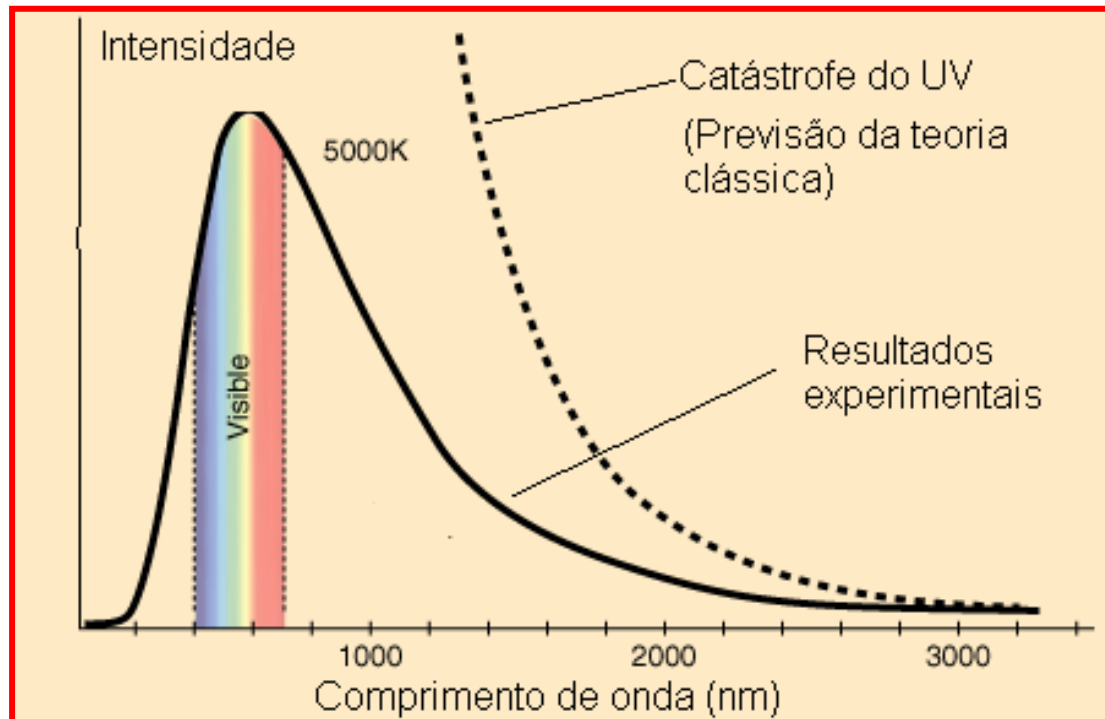
$$T = \frac{2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{\max}} = \frac{\nu_{\max}}{c} 2898 \mu\text{m} \cdot \text{K}$$

$$T = 5.500 \text{ K.}$$

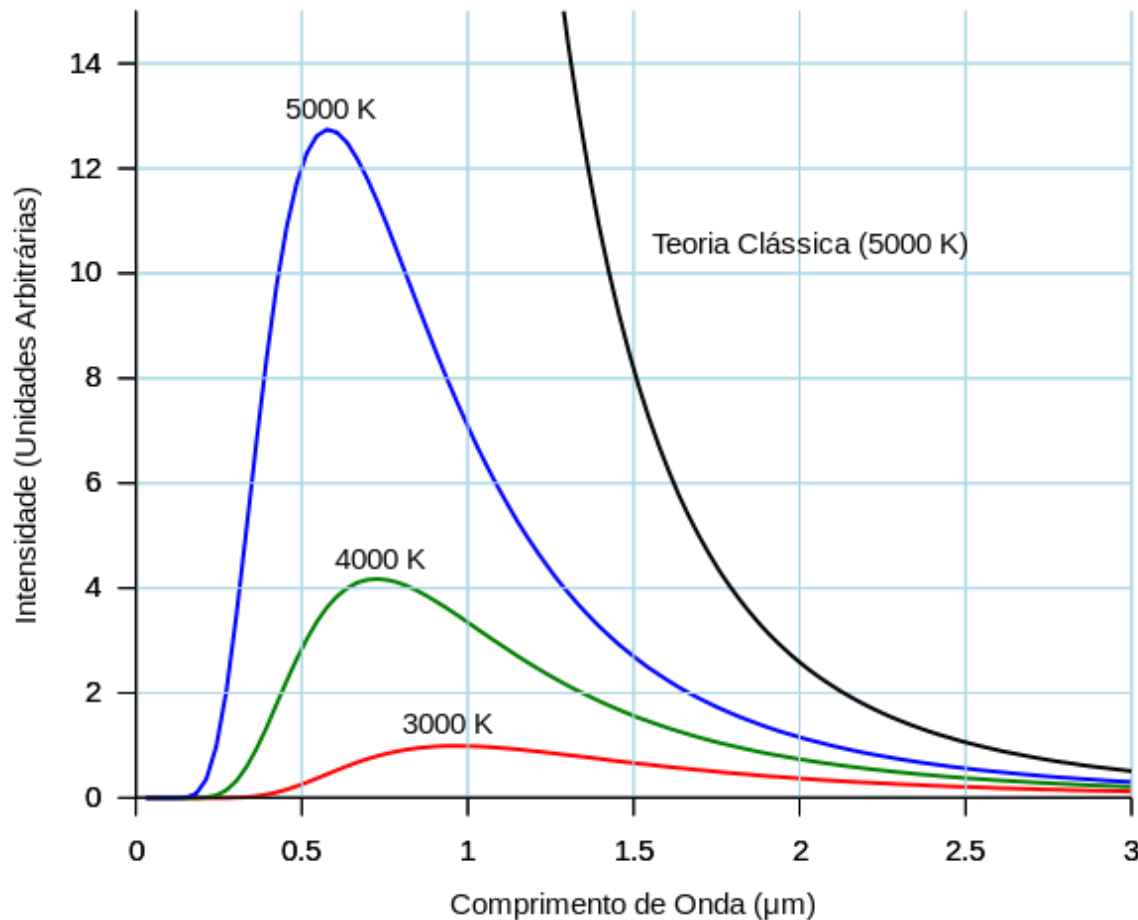
O espectro de corpo negro

Ao explicar, por meio da teoria clássica, os resultados obtidos observou-se que, para comprimentos de onda elevados, havia razoável concordância com os resultados experimentais.

Entretanto, para comprimentos de onda menores, a discordância entre a teoria e a experiência era grande. Essa discordância ficou conhecida como a “**catástrofe do ultravioleta**”.



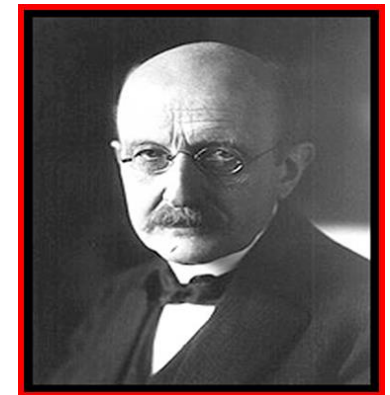
O espectro de corpo negro



À medida que a temperatura diminui, o pico da curva da radiação de um corpo negro se desloca para menores intensidades e maiores comprimentos de onda. O gráfico de emissão de radiação de um corpo negro também é comparado com o modelo clássico de Rayleigh e Jeans.

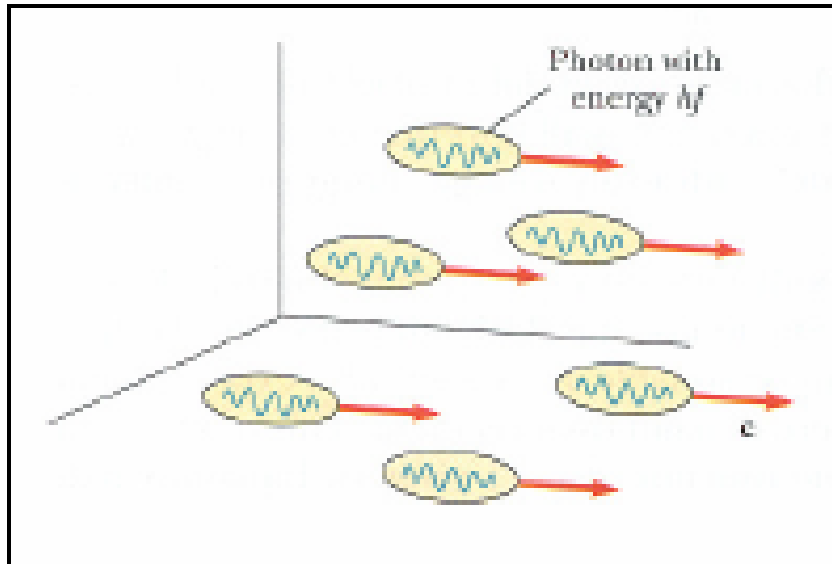
O modelo de Planck

Em dezembro de 1900, Max Planck (1858-1947) apresentou à Sociedade Alemã de Física um estudo teórico sobre a emissão de radiação de um corpo negro, no qual deduz uma equação plenamente em acordo com os resultados experimentais. Entretanto, “para conseguir uma equação a qualquer custo”, teve que considerar a existência, na superfície do corpo negro, de cargas elétricas oscilantes emitindo energia radiante não de modo contínuo, como sugere a teoria clássica, mas sim em porções descontínuas, “partículas” que transportam, cada qual, uma quantidade E bem definida de energia.



O modelo de Planck

Considerações acerca das moléculas à superfície do corpo negro:



As moléculas só podem radiar (emitir radiação) em níveis discretos e energia E_n , com

$$E_n = n hf$$

sendo n um inteiro positivo (número quântico) e f a frequência de vibração das moléculas.

As moléculas emitem (e absorvem) energia em pacotes discretos chamados fótons, cuja energia é igual a **hf**

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}.$$

O Fóton, o Quantum de Luz

Em 1905, Einstein propôs que a radiação eletromagnética (ou, simplesmente, a luz) é quantizada; a quantidade elementar de luz hoje é chamada de fóton.

Segundo Einstein, um quantum de luz de frequência f tem uma energia dada por

$$E = h \cdot f \quad \rightarrow \textit{Energia do fóton}$$

onde h é a constante de Planck, cujo valor é

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} = 4,14 \cdot 10^{-15} \text{ eV}\cdot\text{s}$$

Exemplo: Emissão e Absorção de Luz na Forma de Fótons

Uma lâmpada de vapor de sódio é colocada no centro de uma casca esférica que absorve toda a energia que chega até ela. A lâmpada tem uma potência de 100 W; suponha que toda a luz é emitida com um comprimento de onda de 590 nm. Quantos fótons são absorvidos pela casca esférica por segundo?

IDEIAS-CHAVE

A luz é emitida e absorvida na forma de fótons. De acordo com o enunciado, toda a luz emitida pela lâmpada é absorvida pela casca esférica. Assim, o número de fótons por unidade de tempo que a casca esférica absorve, R , é igual ao número de fótons por unidade de tempo que a lâmpada emite, R_{emit} .

Exemplo: Emissão e Absorção de Luz na Forma de Fótons

Cálculos O número de fótons emitidos por unidade de tempo é dado por

$$R_{\text{emit}} = \frac{\text{potência emitida}}{\text{energia por fóton}} = \frac{P_{\text{emit}}}{E}.$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. $E = hf$, temos:

$$R = R_{\text{emit}} = \frac{P_{\text{emit}}}{hf}.$$

Usando a Eq. $f = c/\lambda$ e substituindo as variáveis por valores numéricos, obtemos:

$$\begin{aligned} R &= \frac{P_{\text{emit}}\lambda}{hc} \\ &= \frac{(100 \text{ W})(590 \times 10^{-9} \text{ m})}{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2,97 \times 10^{20} \text{ fótons/s.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

Exemplo: Emissão e Absorção de Luz na Forma de Fótons

Cálculos O número de fótons emitidos por unidade de tempo é dado por

$$R_{\text{emit}} = \frac{\text{potência emitida}}{\text{energia por fóton}} = \frac{P_{\text{emit}}}{E}.$$

Nesse caso, de acordo com a Eq. $E = hf$, temos:

$$R = R_{\text{emit}} = \frac{P_{\text{emit}}}{hf}.$$

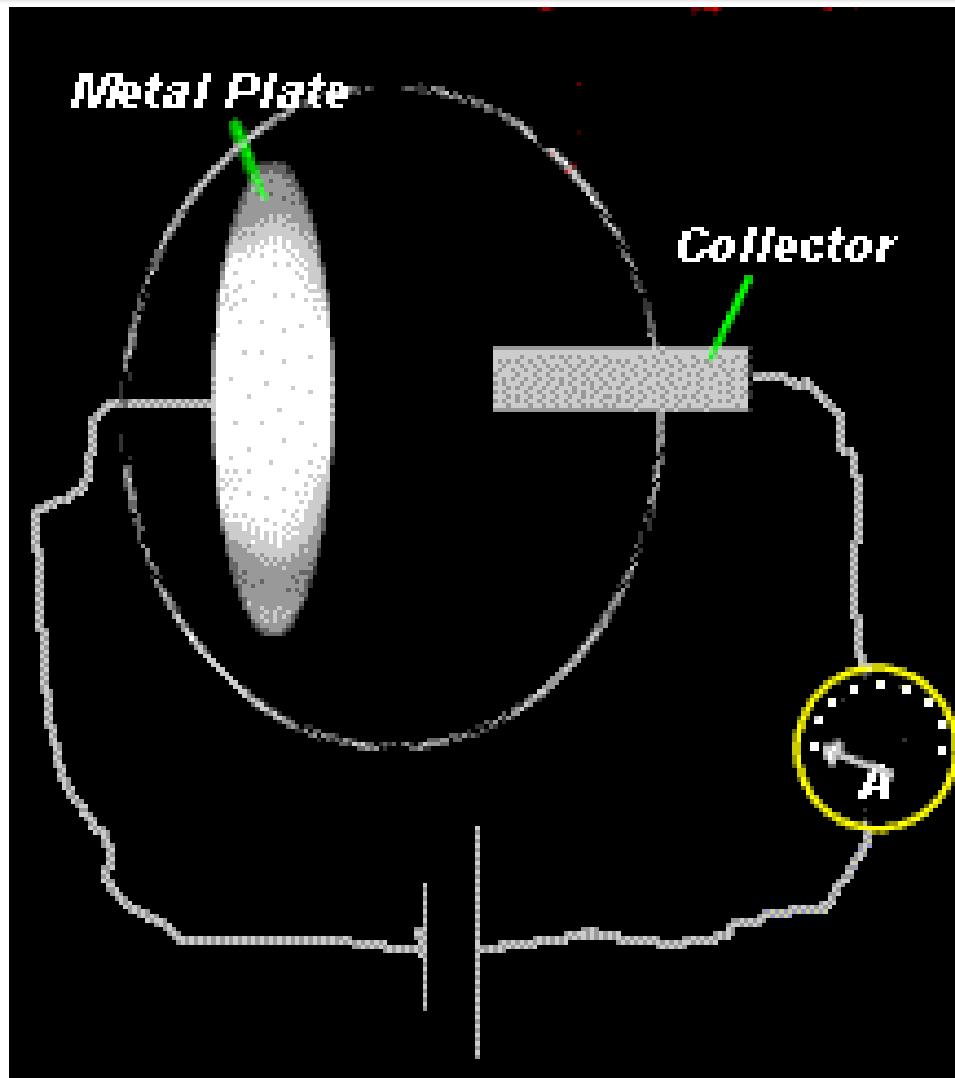
Usando a Eq. $f = c/\lambda$ e substituindo as variáveis por valores numéricos, obtemos:

$$\begin{aligned} R &= \frac{P_{\text{emit}}\lambda}{hc} \\ &= \frac{(100 \text{ W})(590 \times 10^{-9} \text{ m})}{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(2,998 \times 10^8 \text{ m/s})} \\ &= 2,97 \times 10^{20} \text{ fótons/s.} \end{aligned} \quad (\text{Resposta})$$

O Efeito Fotoelétrico



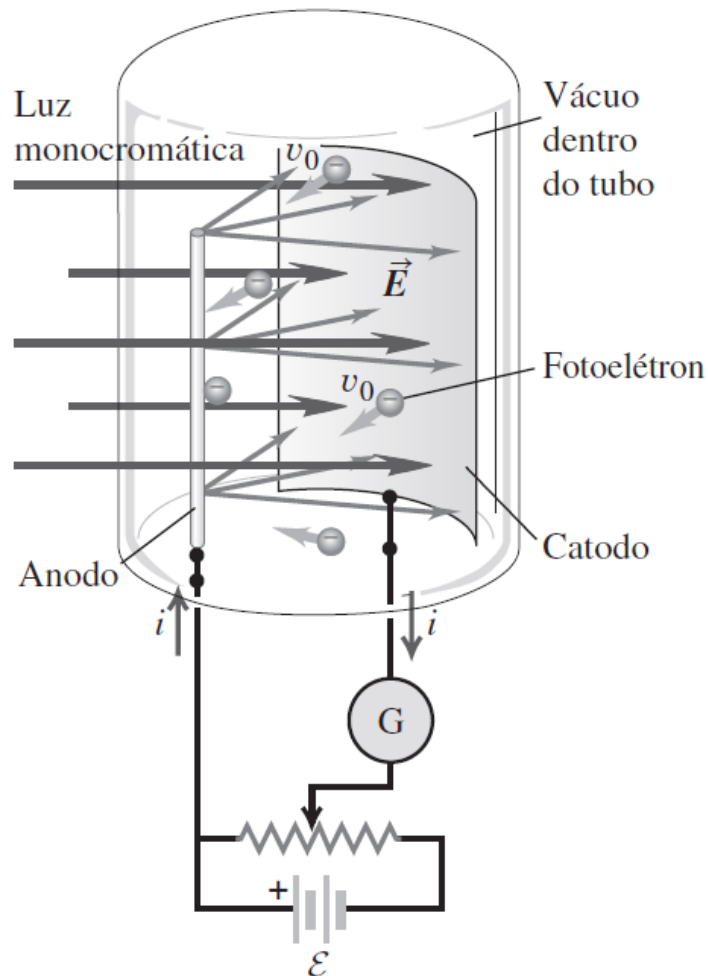
Albert Einstein
1879 - 1955



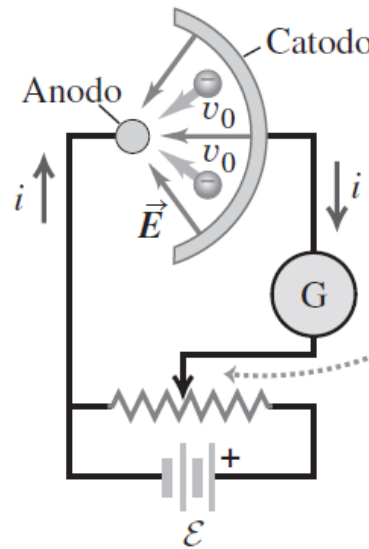
Heinrich Hertz (1887)

O Efeito Fotoelétrico

(a) A luz faz com que o catodo emita elétrons, que são empurrados pela força do campo elétrico para o anodo.



(b) Vista de topo do fototubo com o campo \vec{E} invertido. Mesmo quando invertemos o sentido do campo elétrico \vec{E} , de forma que a força do campo elétrico aponte para fora do anodo, alguns elétrons ainda conseguem atingir o anodo...



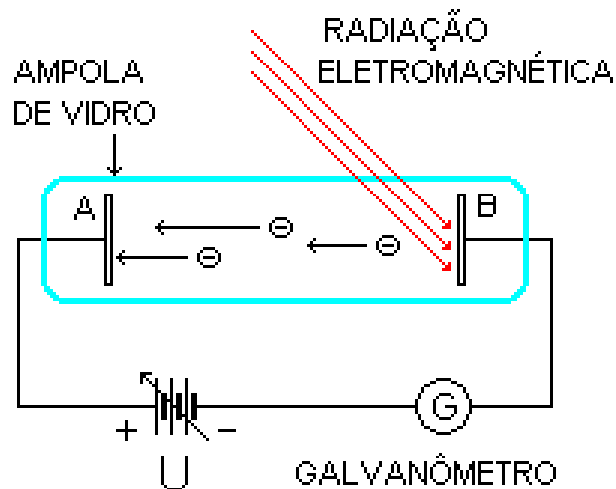
... a não ser que a diferença de potencial invertida apresente um valor absoluto de no mínimo V_0 . Esse *potencial de corte* produz uma corrente nula.

Figura 38.3 Demonstrando o efeito fotoelétrico.

O Efeito Fotoelétrico

Aumentamos o valor negativo de V até que atinja o valor V_{corte} , chamado potencial de corte, para o qual a corrente medida pelo amperímetro A é nula. Para $V = V_{\text{corte}}$, os elétrons de maior energia ejetados pelo alvo são detidos pouco antes de chegarem ao coletor. Assim, K_{max} , a energia cinética desses elétrons, é dada por

$$K_{\text{max}} = eV_{\text{corte}}$$



O potencial de corte é o mesmo qualquer que seja a intensidade da radiação eletromagnética incidente

O Efeito Fotoelétrico

O potencial de corte V_0 não depende da intensidade da luz...

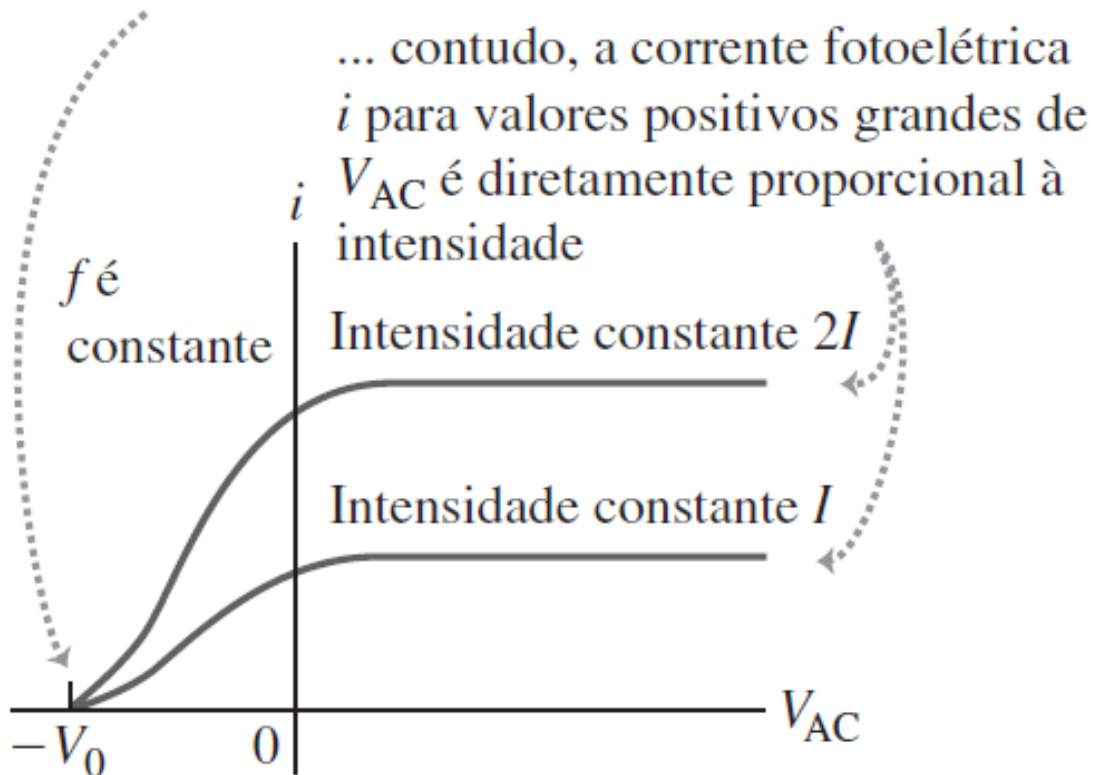
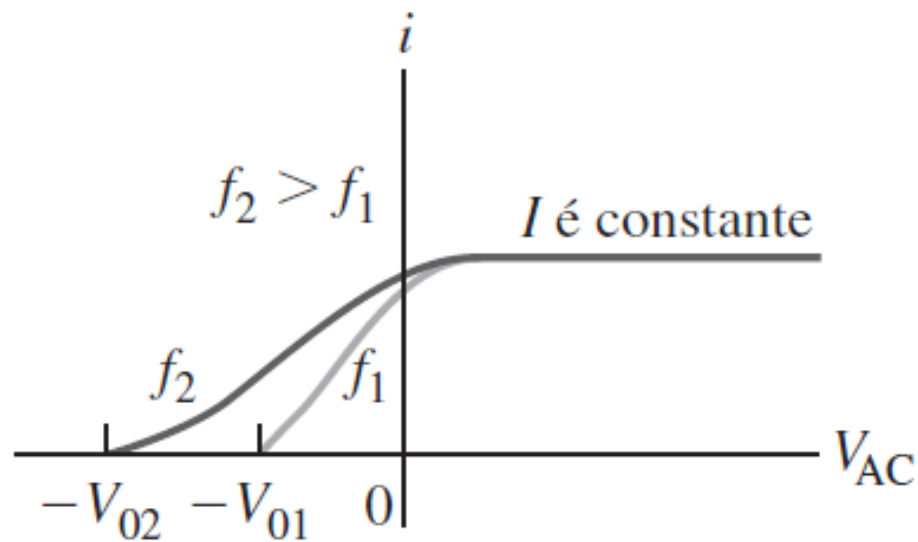


Figura 38.4 Corrente fotoelétrica i em função do potencial V_{AC} do anodo em relação ao catodo para uma frequência da luz f constante.

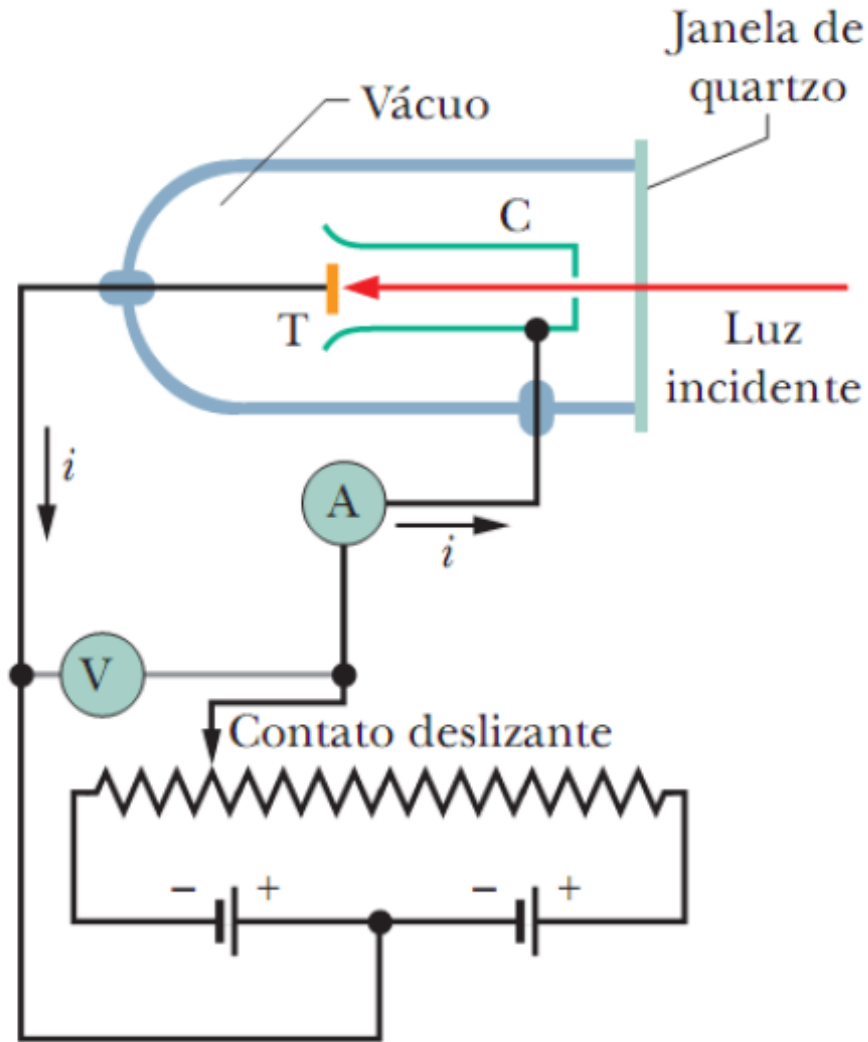
O Efeito Fotoelétrico



O potencial de corte V_0 (e, portanto, a energia cinética máxima dos fotoelétrons) aumenta linearmente com a frequência: como $f_2 > f_1$, $V_{02} > V_{01}$

Figura 38.5 Corrente fotoelétrica i em função da diferença de potencial V_{AC} do anodo em relação ao catodo para dois feixes de luz com frequências diferentes f_1 e f_2 .

O Efeito Fotoelétrico



Luz incidente sobre um alvo de sódio T.

O Efeito Fotoelétrico

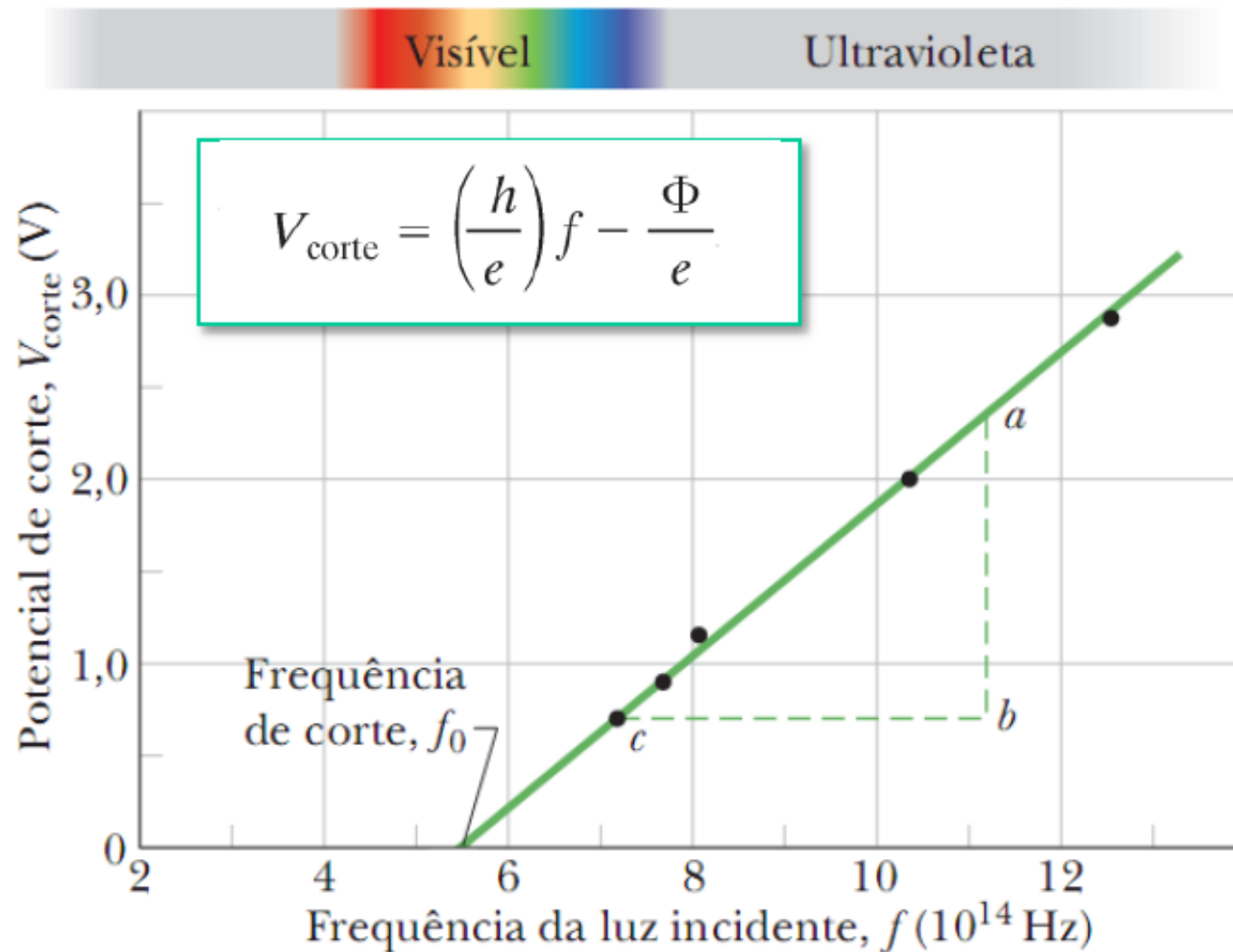


Fig. 38-2. Luz incidente sobre um alvo de sódio T da figura anterior.

O Efeito Fotoelétrico

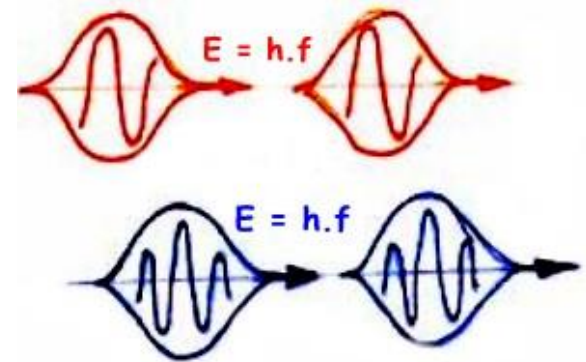
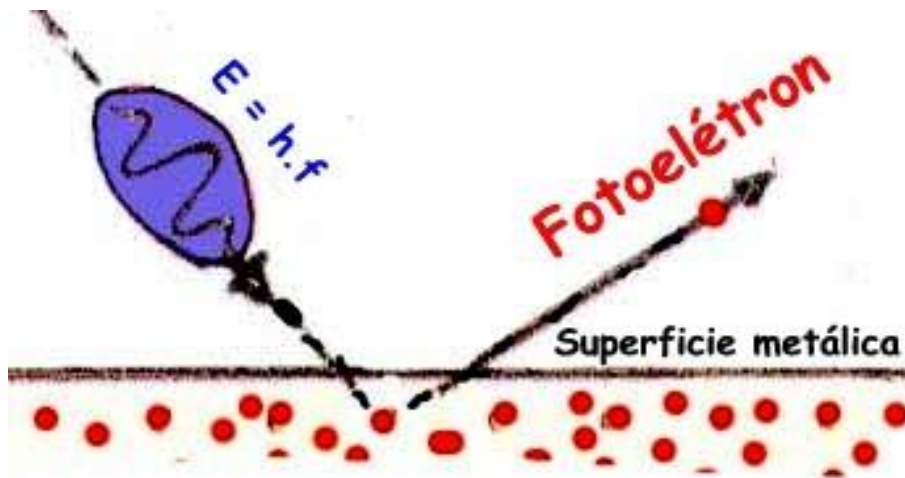
Quando o potencial de corte V_{corte} é medido em função da frequência f da luz incidente, o resultado é um gráfico como o da figura ao lado. O efeito fotoelétrico não é observado se a frequência da luz for menor que uma certa **frequência de corte** f_0 , ou seja, se o comprimento de onda for maior que um certo **comprimento de onda de corte** $\lambda_0 = c/f_0$. O resultado não depende da intensidade da luz incidente.

Os elétrons são mantidos na superfície do alvo por forças elétricas. Para escapar do alvo, um elétron necessita de uma energia mínima, ϕ , que depende do material de que é feito o alvo e é chamada de **função trabalho**. Se a energia hf cedida por um fóton a um elétron é maior que a função trabalho do material (ou seja, se $hf > \phi$), o elétron pode escapar do alvo.

O Efeito Fotoelétrico: Explicação de Einstein

Fótons não têm massa.

Fótons são “partículas” de energia.



$$K_{max} = hf - \phi$$

ϕ = energia para vencer a barreira de potencial. Depende do material.

$$K_{max} = \frac{1}{2}mv^2_{m\acute{a}x} = hf - \phi$$

O Efeito Fotoelétrico: Explicação de Einstein

Tabela 38.1 Função trabalho de diversos elementos.

Elemento	Função trabalho (eV)
Alumínio	4,3
Carbono	5,0
Cobre	4,7
Níquel	5,1
Ouro	5,1
Prata	4,3
Silício	4,8
Sódio	2,7

O Efeito Fotoelétrico: exemplo 1

Determine o valor da função trabalho Φ do sódio a partir da Fig. 38-2.

IDEIAS-CHAVE

É possível determinar a função trabalho Φ a partir da frequência de corte f_0 (que pode ser extraída do gráfico). O raciocínio é o seguinte: na frequência de corte, a energia cinética $K_{\text{máx}}$ da Eq. 38-5 é nula. Assim, toda a energia hf transferida de um fóton para um elétron é usada para ejetar o elétron, o que requer uma energia Φ .

O Efeito Fotoelétrico: exemplo 1

Cálculos A Eq. 38-5 nos dá, com $f = f_0$,

$$hf_0 = 0 + \Phi = \Phi.$$

Na Fig. 38-2, a frequência de corte f_0 para o sódio é a frequência na qual a reta correspondente ao sódio intercepta o eixo horizontal, $5,5 \times 10^{14}$ Hz. Assim, temos:

$$\begin{aligned}\Phi &= hf_0 = (6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})(5,5 \times 10^{14} \text{ Hz}) \\ &= 3,6 \times 10^{-19} \text{ J} = 2,3 \text{ eV.} \quad (\text{Resposta})\end{aligned}$$

Momento Linear dos Fótons

Einstein em 1916 ampliou o conceito de quantum de luz (fóton) ao propor que um fóton possui momento linear. Para um fóton de energia hf , o módulo do momento é dado por

$$p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

A direção e o sentido do momento linear do fóton são simplesmente a direção e o sentido da propagação da onda eletromagnética

O Efeito Fotelétrico: exemplo 2- 38.1

Uma estação de rádio transmite ondas com frequência 89,3 MHz com potencia total igual 43,0 kW.

- Qual o módulo do momento linear de cada fóton?
- Quantos fótons ela emite por segundo?

$$a) \quad p = \frac{hf}{c} = \frac{(6,626 \cdot 10^{-34} \text{ j} \cdot \text{s})(89,3 \cdot 10^6 \text{ hz})}{3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 1,97 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

$$b) \quad E = pc = \left(1,97 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}\right) \left(\frac{3 \cdot 10^8 \text{ m}}{\text{s}}\right) = 5,92 \cdot 10^{-26} \text{ J}$$

A estação transmite 43,0.10³ joules a cada segundo. A taxa de emissão de fótons é, portanto,

$$\frac{43,0 \cdot 10^3 \text{ J/s}}{5,92 \cdot 10^{-26} \text{ J/fóton}} = 7,26 \cdot 10^{29} \text{ fótons/s}$$

O Efeito Fotelétrico: exemplo 2- 38.2

Realizando uma experiência do efeito fotoelétrico com uma luz de determinada frequência, você verifica que é necessário uma diferença de potencial invertida de 1,25 V para anular a corrente. Determine:

- A energia cinética máxima;
- A velocidade máxima dos fotoelétrons emitidos.

a)
$$K_{\text{máx}} = eV_0 = (1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C})(1,25 \text{ V}) = 2,0 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

b)

$$K_{\text{máx}} = \frac{1}{2} m v^2 \rightarrow v_{\text{máx}} = \sqrt{\frac{2K_{\text{máx}}}{m}} = \sqrt{\frac{2(2 \cdot 10^{-19} \text{ J})}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 6,63 \cdot 10^5 \text{ m/s}$$

O Efeito Fotelétrico: exemplo 3

Uma superfície de sódio é iluminada com radiação com um comprimento de onda de 300 nm. A função de trabalho para o sódio é de 2,64 eV. Calcule:

- a) a energia cinética dos foto-eletrons emitidos
- b) o comprimento de onda crítico (λ_c) para o sódio

a) **A energia dos fótons incidentes é igual a $E = hf = hc/\lambda$**

$$E = (6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}) (3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}) / 300 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$= 6,626 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 6,626 \times 10^{-19} \text{ J} / 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV} = 4,14 \text{ eV}$$

Usando $K_{max} = hf - \phi$ temos $K_{max} = 4,14 - 2,46 = 1,68 \text{ eV}$

O Efeito Fotelétrico: exemplo 3

b) O comprimento de onda crítico pode ser calculado a partir de

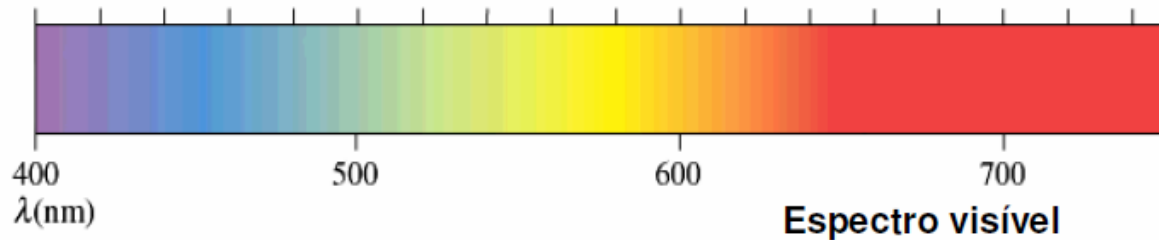
$$\lambda_c = \frac{hc}{\phi}$$

Como $\phi = 2,46 \text{ eV} = (2,46\text{eV}) (1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV}) = 3,94 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

vem

$$\lambda_c = \frac{hc}{\phi} = (6,626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}) (3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}) / 3,94 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$
$$= 5,05 \cdot 10^{-7} \text{ m} = \mathbf{505 \text{ nm}}$$

Este comprimento de onda corresponde a uma radiação na região verde do espectro visível:



O Efeito Fotelétrico: exemplo 4

Qual o valor do quantum de radiação para $\lambda = 1\text{m}$?

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}}{1}$$

$$E = 1,989 \times 10^{-25} \text{ J} = 1,2 \times 10^{-6} \text{ J}$$

O Efeito Fotelétrico: exemplo 5

2) Qual o valor do quantum de radiação para $\lambda = 1\text{m}$?

$$E = hf = h \frac{c}{\lambda} = \frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}}{1}$$

$$E = 1,989 \times 10^{-25} \text{ J} = 1,2 \times 10^{-6} \text{ J}$$

O Efeito Fotelétrico: exemplo 6

Um fotoelétron do cobre é retirado com energia cinética máxima de 4,2 eV. Qual a frequência do fóton que retirou esse elétron, sabendo-se que a função trabalho W do cobre é de 4,3 eV. $1 \text{ eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$.

Solução:

Utilizando a equação fotoelétrica de Einstein, temos:

$$E = K_{(\text{max})} + \phi = 4,2 \text{ eV} + 4,3 \text{ eV} = 8,5 \text{ eV}$$

$$E = hf = \left(\frac{6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{1,6 \times 10^{-19} \text{ J}} \text{ eV} \right) \nu = (4,14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}) \nu$$

$$f = \frac{8,5 \text{ eV}}{4,14 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}} = \boxed{2,1 \times 10^{15} \text{ s}^{-1} = 2,1 \times 10^{15} \text{ Hz}}$$

O Efeito Fotelétrico: exemplo 6

Para que a prata exiba o efeito fotoelétrico é necessário que ela tenha uma frequência de corte de $1,14 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$. Determine:

- A função trabalho (W), em J, para arrancar um elétron de uma placa de prata.
- Quando uma radiação de frequência de $4 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ atinge a placa de prata, qual a energia cinética máxima dos elétrons emitidos? (massa do elétron = $9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$)

A frequência de corte:

$$E = hf_0 = \phi$$

$$\phi = 6,63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \times 1,14 \times 10^{15} \text{ s}^{-1} = \boxed{7,6 \times 10^{-19} \text{ J}} = \boxed{4,7 \text{ eV}}$$

Utilizando a equação fotoelétrica de Einstein, temos:

$$E = K_{(\text{max})} + W \Rightarrow K_{(\text{max})} = hf - \phi = 6,63 \times 10^{-34} \times 4 \times 10^{15} - 7,6 \times 10^{-19} =$$

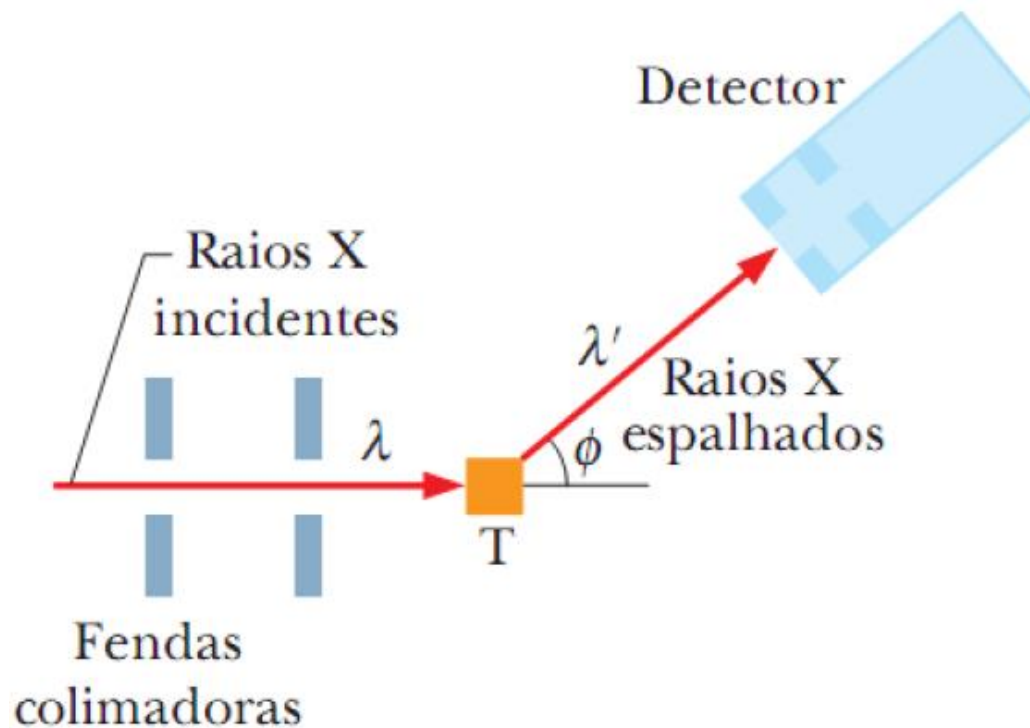
$$K_{(\text{max})} = 2,7 \times 10^{-18} - 7,6 \times 10^{-19} = 1,9 \times 10^{-18} \text{ J} = \boxed{11,8 \text{ eV}}$$

Efeito Compton

- Outro fenômeno que a Física Clássica não conseguia explicar era o efeito Compton.
- Este efeito é a evidência mais direta das propriedades corpusculares da luz
- Compton recebeu o Prêmio Nobel de 1927 pela descoberta.
- Incidiu raios-X sobre um alvo de grafite
- Mediu a intensidade do raio-X espalhado em função do comprimento de onda.

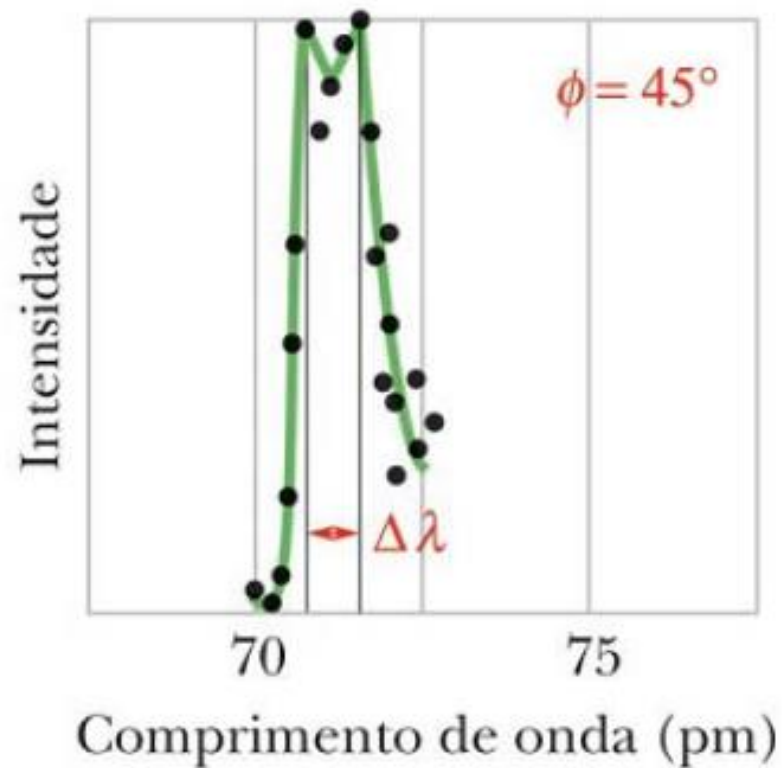
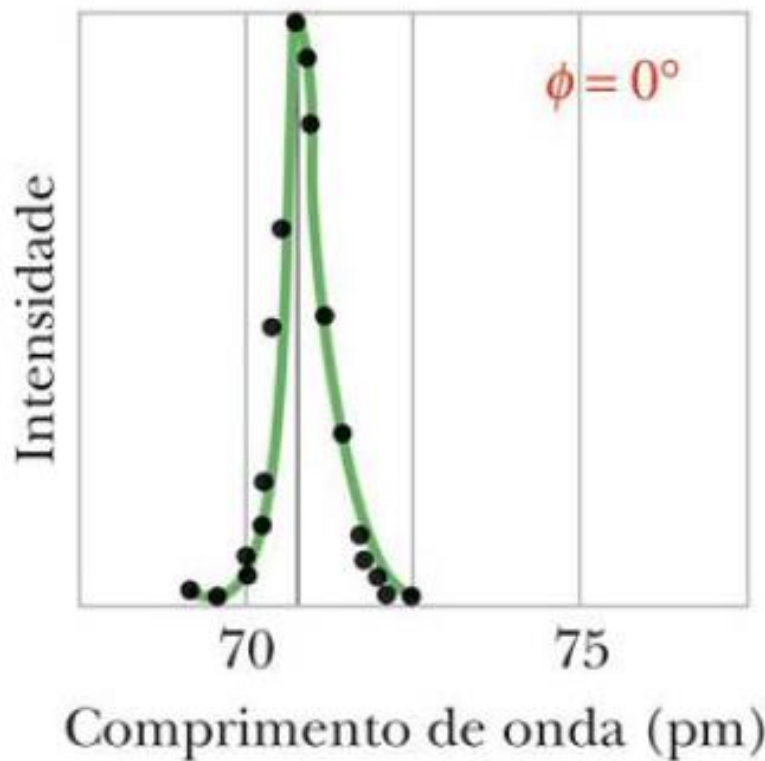
Experiência de Compton

A experiência de Compton consistiu na incidência de fótons de frequência na faixa de Raios X com comprimento λ_0 , em um alvo de grafite:



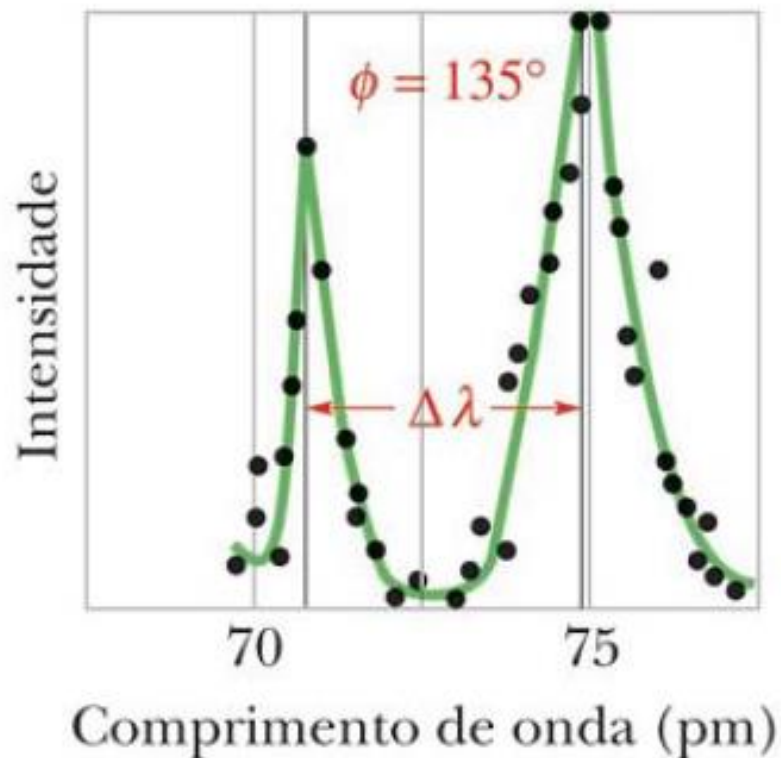
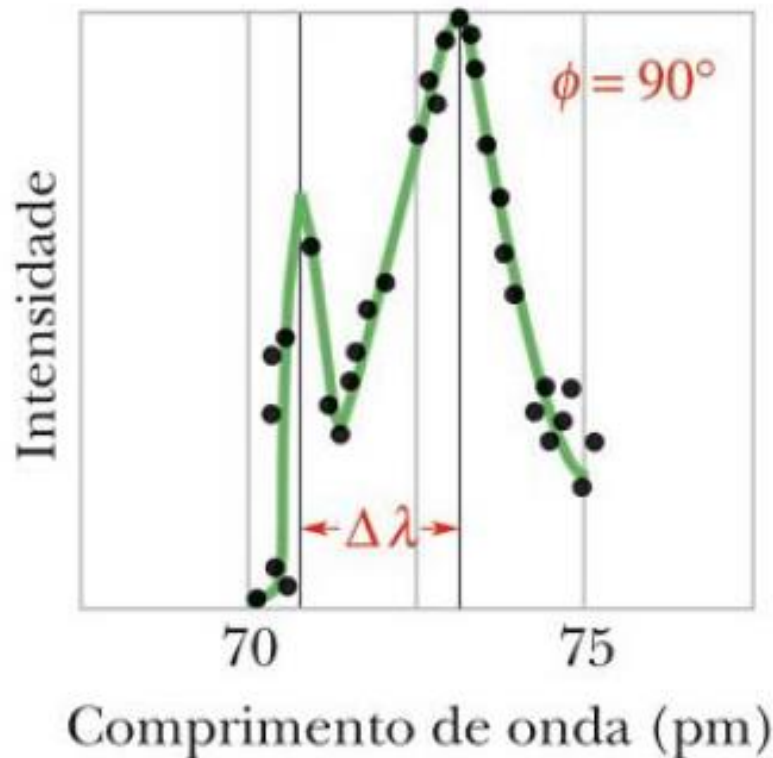
Montagem usada por Compton. Um feixe de raios X de comprimento de onda $\lambda = 71,1$ pm incide em um alvo de carbono T. Os raios X espalhados pelo alvo são observados em vários ângulos ϕ em relação à direção do feixe incidente. O detector mede a intensidade e o comprimento de onda dos raios X espalhados.

Experiência de Compton



Resultados obtidos por Compton para quatro valores do ângulo de espalhamento ϕ . Observe que o deslocamento de Compton $\Delta\lambda$ aumenta com o ângulo de espalhamento.

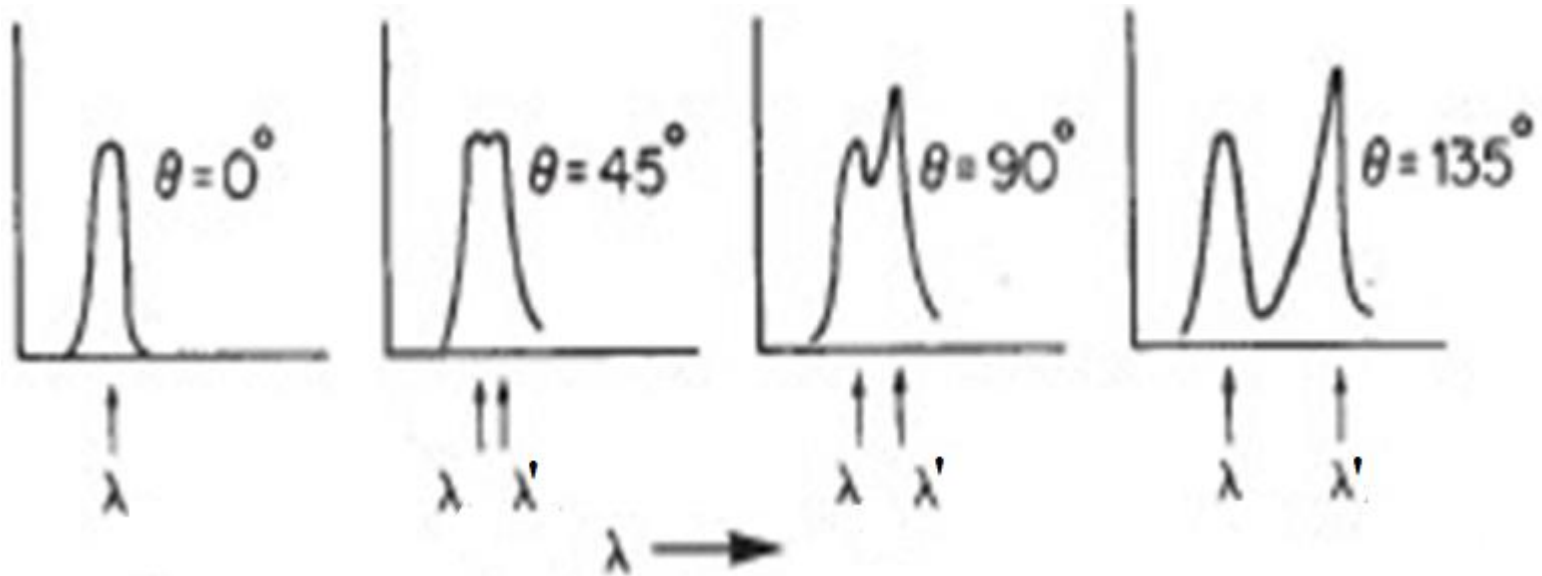
Experiência de Compton



Resultados obtidos por Compton para quatro valores do ângulo de espalhamento ϕ . Observe que o deslocamento de Compton $\Delta\lambda$ aumenta com o ângulo de espalhamento.

Experiência de Compton

As intensidades dos raios X espalhados foram medidas como função dos comprimentos de onda para vários ângulos de espalhamento. Os resultados obtidos foram:

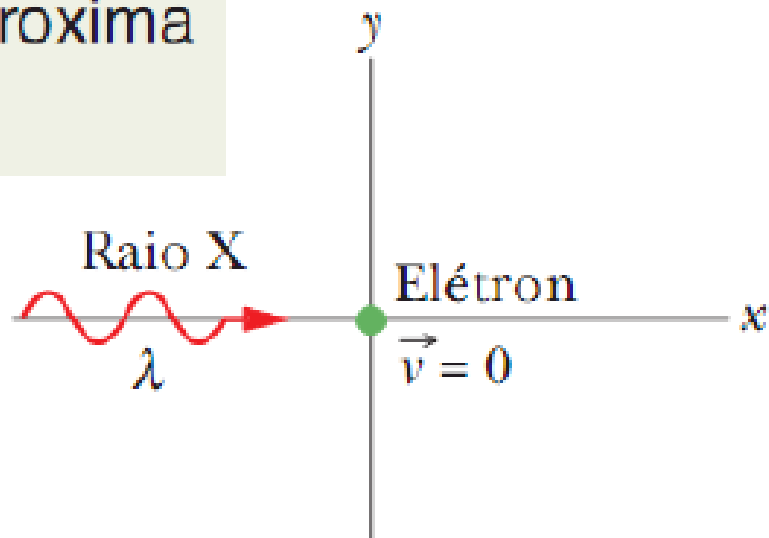


Observa-se que embora o feixe incidente consistisse de um único comprimento de onda λ_0 , os raios X espalhados tem máximos de intensidades em dois comprimentos de onda. Um deles é o próprio λ_0 e o outro, é maior que λ_0 e é representado por λ_1 . A quantidade $\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_0$ é chamada de **deslocamento Compton** e depende do ângulo de espalhamento.

Experiência de Compton

O espalhamento Compton acontece quando um fóton incidente choca-se inelasticamente com um elétron do átomo sendo espalhado possuindo energia menor que a original. A energia perdida é transferida para o elétron que é ejetado com ganho de energia cinética.

Um raio X se aproxima de um elétron.

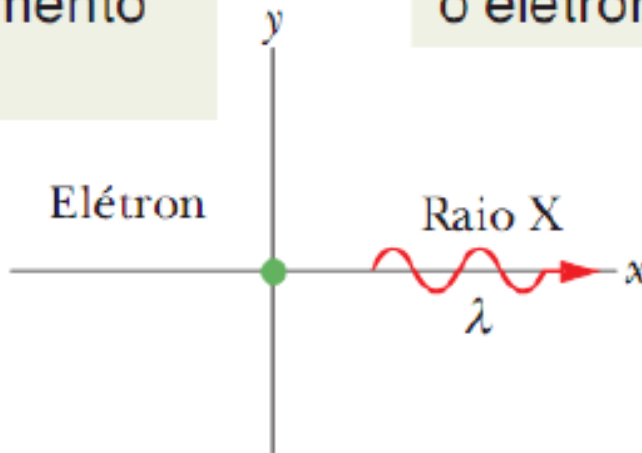


Um raio X incide em um elétron estacionário.

Experiência de Compton

O raio X pode passar pelo elétron sem ser afetado; o ângulo de espalhamento é $\phi = 0$.

Nenhuma energia é transferida para o elétron.

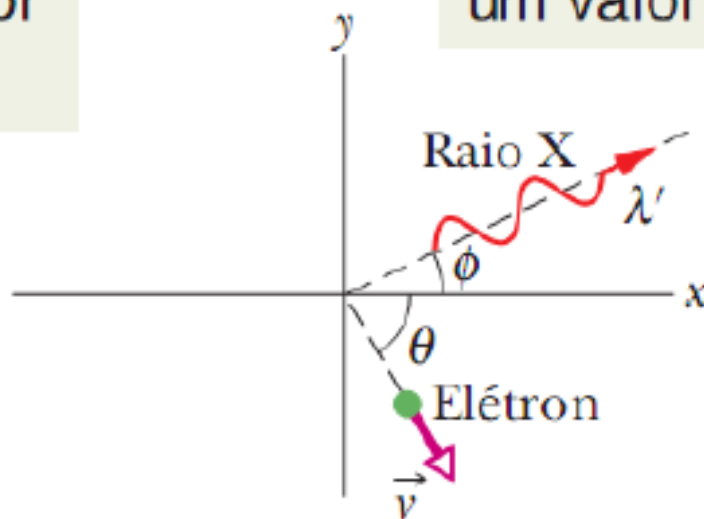


O raio X pode continuar a se propagar no mesmo sentido (espalhamento direto) sem que haja transferência de energia e momento.

Experiência de Compton

O ângulo de espalhamento pode ter um valor intermediário ϕ .

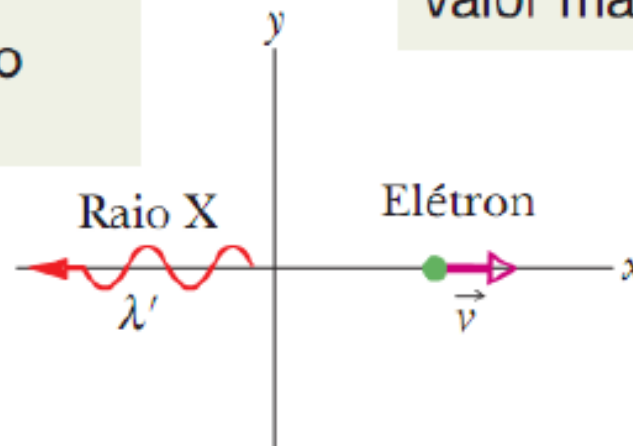
A energia transferida para o elétron tem um valor intermediário.



O raio X pode ser espalhado em uma direção intermediária com uma transferência intermediária de energia e momento

Experiência de Compton

O raio X pode ser retroespalhado; o ângulo de espalhamento é $\phi = 180^\circ$.



A energia transferida para o elétron tem o valor máximo.

O raio X pode passar a se propagar no sentido oposto (retroespalhamento), caso em que a transferência de energia e momento é a maior possível.

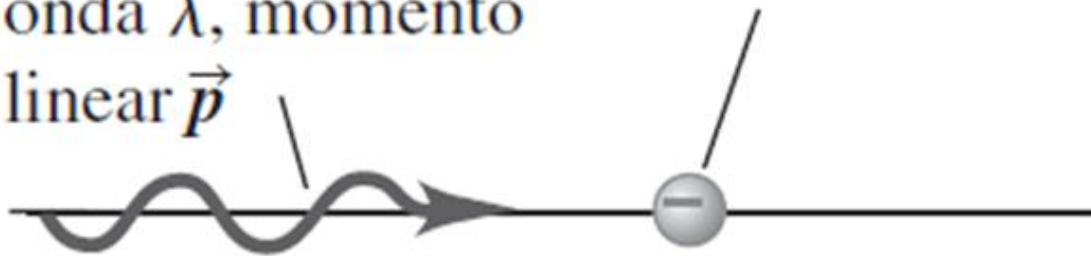
Experiência de Compton

Figura 38.27 Diagrama esquemático do espalhamento Compton.

(a) Antes da colisão: o elétron-alvo está em repouso.

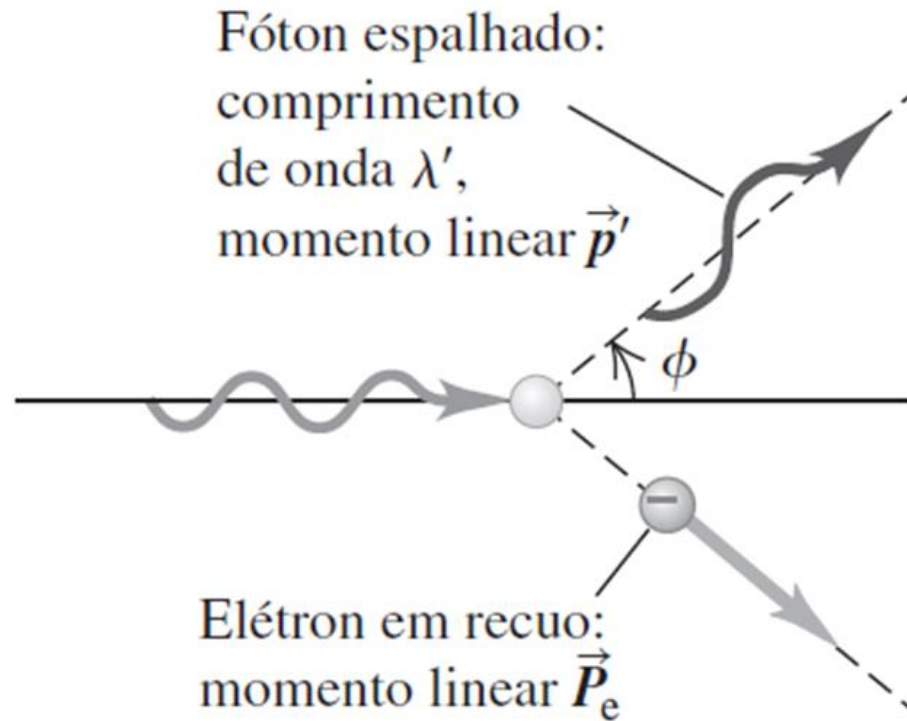
Fóton incidente:
comprimento de
onda λ , momento
linear \vec{p}

Elétron-alvo
(em repouso)

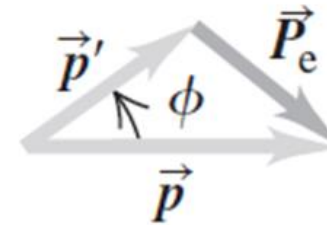


Experiência de Compton

(b) Depois da colisão: o ângulo entre as direções dos fóton espalhados e o fóton incidente é ϕ .



(c) Diagrama de vetores mostrando a conservação do momento linear na colisão:
 $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{P}_e$.



Experiência de Compton

A presença do comprimento de onda λ' , não pode ser entendida se os raios X forem encarados como ondas eletromagnéticas.

Classicamente, os elétrons livres do grafite oscilam com a mesma frequência f da onda incidente. Esses elétrons, como qualquer carga, devem irradiar ondas eletromagnéticas com a mesma frequência f .

Modelo clássico: apenas um comprimento de onda deveria ser observado na onda espalhada.

Experiência de Compton

Explicação dada por Compton:

- supôs que o feixe de raios X incidente fosse um conjunto de fótons, cada um com energia $E = hf$.
- Os fótons colidem com os elétrons livres do alvo da mesma forma que bolas de bilhar.

Observa-se que:

- os fótons são encarados como partículas, e não como ondas;
- Ao contrário do efeito fotoelétrico, eles são espalhados ao invés de serem absorvidos.

Experiência de Compton

O momento linear final do elétron e a energia cinética final do elétron é dada por:

$$E_e^2 = (mc^2)^2 + (p_e c)^2$$

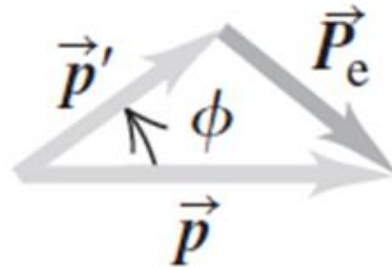
Então, o princípio da conservação da energia permite escrever:

$$pc + mc^2 = p'c + E_e$$

$$(pc - p'c + mc^2)^2 = E_e^2 = (mc^2)^2 + (p_e c)^2$$

Experiência de Compton

(c) Diagrama de vetores mostrando a conservação do momento linear na colisão:
 $\vec{p} = \vec{p}' + \vec{P}_e$.



$$\vec{p} = \vec{p}' + \vec{p}_e$$

$$\vec{p}_e = \vec{p} - \vec{p}'$$

$$p_e^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \phi$$

Experiência de Compton

Substituindo p_e^2 na equação

$(pc - p'c + mc^2)^2 = E_e^2 = (mc^2)^2 + (p_e c)^2$ e desenvolvendo o quadrado do lado esquerdo. Colocando em evidência o fator comum c^2 , diversos termos se cancelam e quando a relação resultante é dividida por (pp') , encontramos:

$$\frac{mc}{p'} - \frac{mc}{p} = 1 - \cos \phi$$

Finalmente, substituindo $p' = \frac{h}{\lambda'}$, $p = \frac{h}{\lambda}$ e, a seguir multiplicando por $\frac{h}{mc}$ obtemos:

$$\lambda - \lambda' = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

O Efeito Compton – Exemplo 1

Elétrons em um tubo de raio X são acelerados por uma ddp de 10,0 kV. Sabendo que um elétron produz um fóton na colisão com o alvo, qual é o comprimento de onda mínimo dos raios X produzidos?

$$E = hf = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{E} = \frac{hc}{eV}$$
$$= \frac{(6,626 \cdot 10^{-34} \text{ j.s})(3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s})}{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})(10,0 \cdot 10^3 \text{ V})} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,124 \text{ nm}$$

O Efeito Compton – Exemplo 2

Usando os fótons dos raios X do exemplo 1 para o espalhamento Compton, determine:

a) O ângulo para o qual o comprimento de onda do raio X espalhado é 1% maior do que o comprimento de onda do raio X incidente.

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda' = 1\% \text{ de } 0,124\text{nm} = 0,00124\text{nm} = 1,24 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\frac{h}{mc} = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\lambda - \lambda' = \Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

$$\cos \phi = 1 - \frac{\Delta\lambda}{h / mc} = 1 - \frac{1,24 \cdot 10^{-12} \text{ m}}{2,46 \cdot 10^{-12} \text{ m}} = 0,4889$$

$$\phi = 60,7^\circ$$

O Efeito Compton – Exemplo 2

b) Em que ângulo ele é 0,050% maior?

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda' = 0.050\% \text{ de } 0,124\text{nm} = 6,2 \cdot 10^{-14} \text{ m}$$

$$\frac{h}{mc} = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ m}$$

$$\lambda - \lambda' = \Delta\lambda = \frac{h}{mc} (1 - \cos \phi)$$

$$\cos \phi = 1 - \frac{\Delta\lambda}{h / mc} = 1 - \frac{6,2 \cdot 10^{-14} \text{ m}}{2,46 \cdot 10^{-12} \text{ m}} = 0,9744$$

$$\phi = 13,0^\circ$$

O Efeito Compton – Exemplo 3

Fótons de comprimento de onda $\lambda=0,024\text{\AA}$ incidem sobre elétrons livres. Ache o comprimento de onda λ' de um fóton que é espalhado de um ângulo $\phi = 30^\circ$ em relação à direção de incidência e a energia cinética transferida ao elétron.

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \lambda_c (1 - \cos \phi) = 0,0243(1 - \cos 30^\circ) = 0,003256\text{\AA}$$

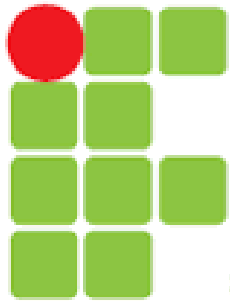
$$\lambda = 0,024\text{\AA} + 0,003256\text{\AA} = \boxed{0,027\text{\AA}}$$

$$E_c = c(p - p') = hc \left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda'} \right) =$$

$$E_c = 6,63 \times 10^{29} \times 3 \times 10^8 \left(\frac{1}{0,024 \times 10^{-10}} - \frac{1}{0,027 \times 10^{-10}} \right)$$

$$E_c = 92,08 \times 10^{-16} J = 57550 eV = \boxed{0,058 MeV}$$

Física IV



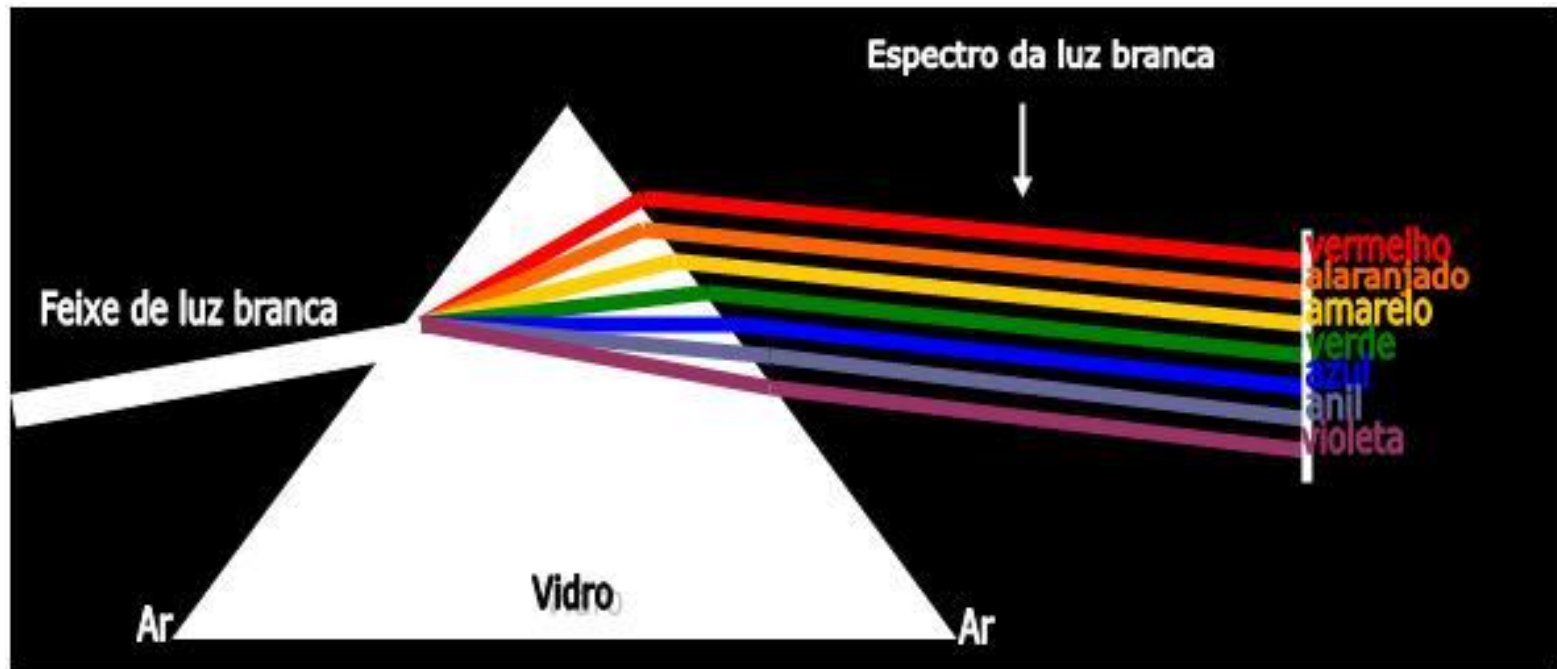
INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE



Modelos Atômicos

Introdução

Newton – Observou que a luz que entrava no laboratório através de uma pequena fenda em uma persiana podia ser refratada por um prisma de vidro e projetado em uma tela. Assim a luz solar se decompunha em uma série de faixas coloridas – dispersão.

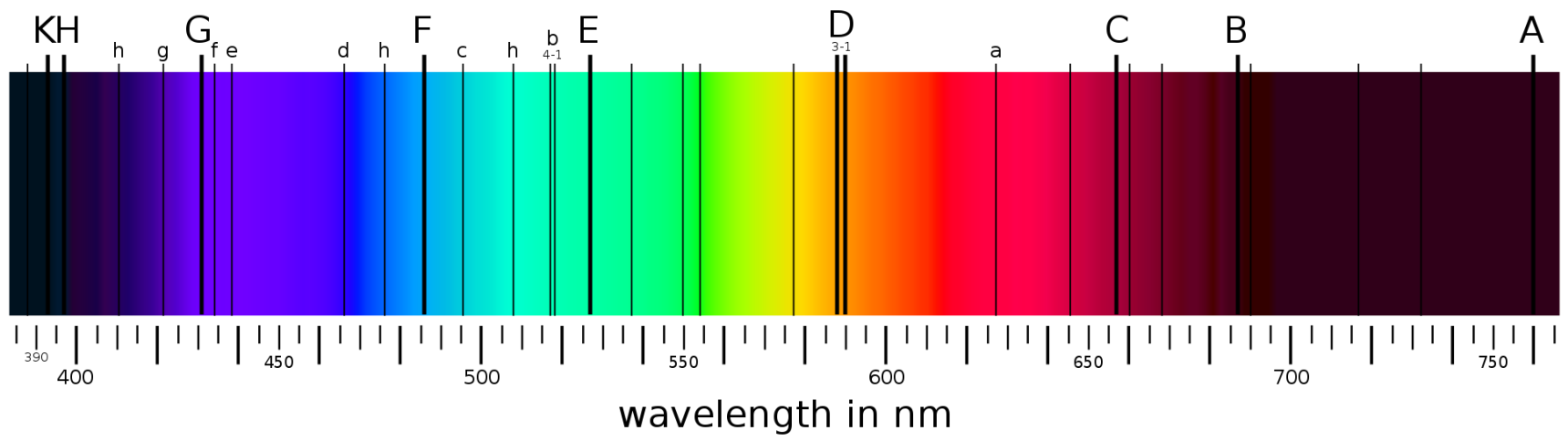


A refração no vidro cresce do vermelho para o violeta.

Introdução

Fraunhofer (150 anos após Newton) – Descobriu que o espectro solar era interrompido por mais de 600 linhas escuras.

Espectro solar com as linhas de Fraunhofer.



Introdução

Espectros contínuos: emitidos principalmente pelos sódios incandescentes, não apresentam linhas, nem claras nem escuras.

Espectros de banda:

- são formados por grupos de linhas muito próximas umas das outras, que parecem formar bandas contínuas quando observadas em espectroscópios de baixa resolução;
- são emitidos por pequenos pedaços de substâncias sólidas colocadas em chamas ou submetidas a descargas elétricas;

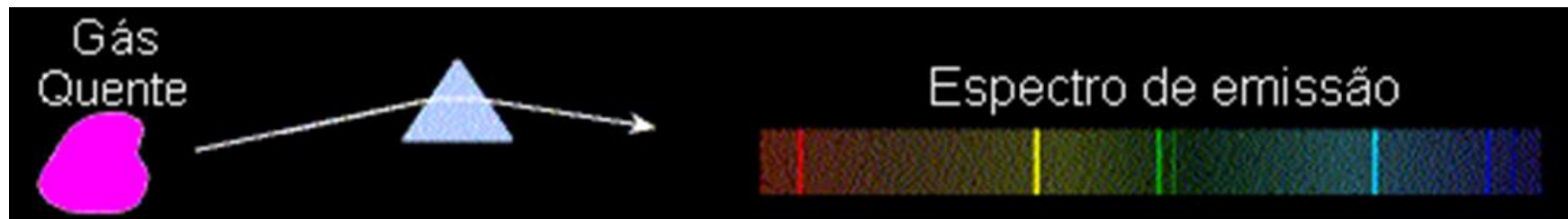
Espectros de Linhas: são característicos dos átomos isolados

Introdução

- Um corpo opaco quente (sólido ou fluido muito denso) produz um espectro contínuo, isto é, tem todos os comprimentos de onda.



- Um gás quente transparente (de baixa densidade) produz um espectro de linhas brilhantes (linhas de emissão). Nesse espectro apenas alguns comprimentos de onda estão presentes.



Introdução

- Um gás transparente frio em frente ao corpo opaco quente produz um espectro de linhas escuras (linhas de absorção), por remover alguns comprimentos de onda do contínuo.



- **Espectro de emissão de linhas**
 - Diferente do espectro de emissão da luz do sol e da luz emitida por um corpo quente.
 - Cada elemento apresenta um espectro de emissão único.
 - Este fato permite inclusive a análise química de um determinado composto

Introdução

Radiação Contínua



Hidrogênio



Hélio



Mercúrio



Espectro Atômicos

- Final do século XIX e início do século XX – exaustiva busca de explicação para a radiação emitida pelos átomos aquecidos ou submetidos a descargas elétricas.
- Ao ser observada pelo espectroscópio a radiação aparece como uma série de linhas de várias cores ou comprimentos de onda.
- Os comprimentos de ondas podiam ser determinados com grande precisão.
- Cientistas dedicavam esforços para descobrir e interpretar regularidades nos espectros.

Espectro Atômicos

J. J. Balmer em 1885 foi o primeiro que encontrou uma expressão empírica para a série de linhas emitidas pelo hidrogênio. A linha de maior comprimento de onda era de 6.563 \AA e as linhas subsequentes decresciam de intensidade à medida que o comprimento diminuía.



Espectro Atômicos

COR	NOME	λ (em Angstroms)	n
VERMELHO	H_{α}	6563	3
VERDE	H_{β}	4858	4
AZUL	H_{γ}	4340	5
VIOLETA	H_{δ}	4101	6

Depois de algumas tentativas achou uma fórmula empírica que condensa todos os dados da tabela acima.

$$\lambda_n = 3644 \left(\frac{n^2}{n^2 - 2^2} \right)$$

Onde n é um número inteiro que pode assumir os valores 3, 4, 5, ...

$$n > 3$$

Espectro Atômicos

Para a raia vermelha que tem $n = 3$. Substituindo fórmula, achamos:

$$\lambda_n = 3644 \left(\frac{n^2}{n^2 - 2^2} \right) = 3644 \left(\frac{3^2}{3^2 - 2^2} \right) = 6562,8\text{\AA}$$

Espectro Atômicos

Tudo isso foi generalizado pelo físico sueco Johannes Rydberg, em 1890, com uma fórmula que engloba a fórmula de Balmer e inclui todas as raias do espectro do hidrogênio, visíveis ou não.

$$f = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

R foi chamada constante de Rydberg para o hidrogênio, cujo valor mais aceito é $1,097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$.

n_f é um inteiro cujo valor indica que série de linhas a fórmula representa.

Para a série de Lyman (ultravioleta), $n_f = 1$; para a série de Balmer (visível), $n_f = 2$; para a série de Paschen (infravermelho), $n_f = 3$ etc.

n_i é o mesmo n da fórmula de Balmer. Para cada série, seu valor começa com $n_f + 1$ e vai subindo. Portanto, n_i é sempre maior que n_f .

Espectro Atômicos

Outras séries foram posteriormente identificadas para o hidrogênio: a série de Lyman na região do ultravioleta e as séries de Paschen, de Brackett e de Pfund no infravermelho.

Todas as séries podiam também ser descritas pela relação anterior, apenas o fator n_f na primeira fração deveria ser substituído por 1 (série de Lyman), ou por 3, 4 ou 5 para representar as séries de Paschen, de Brackett e de Pfund, respectivamente.

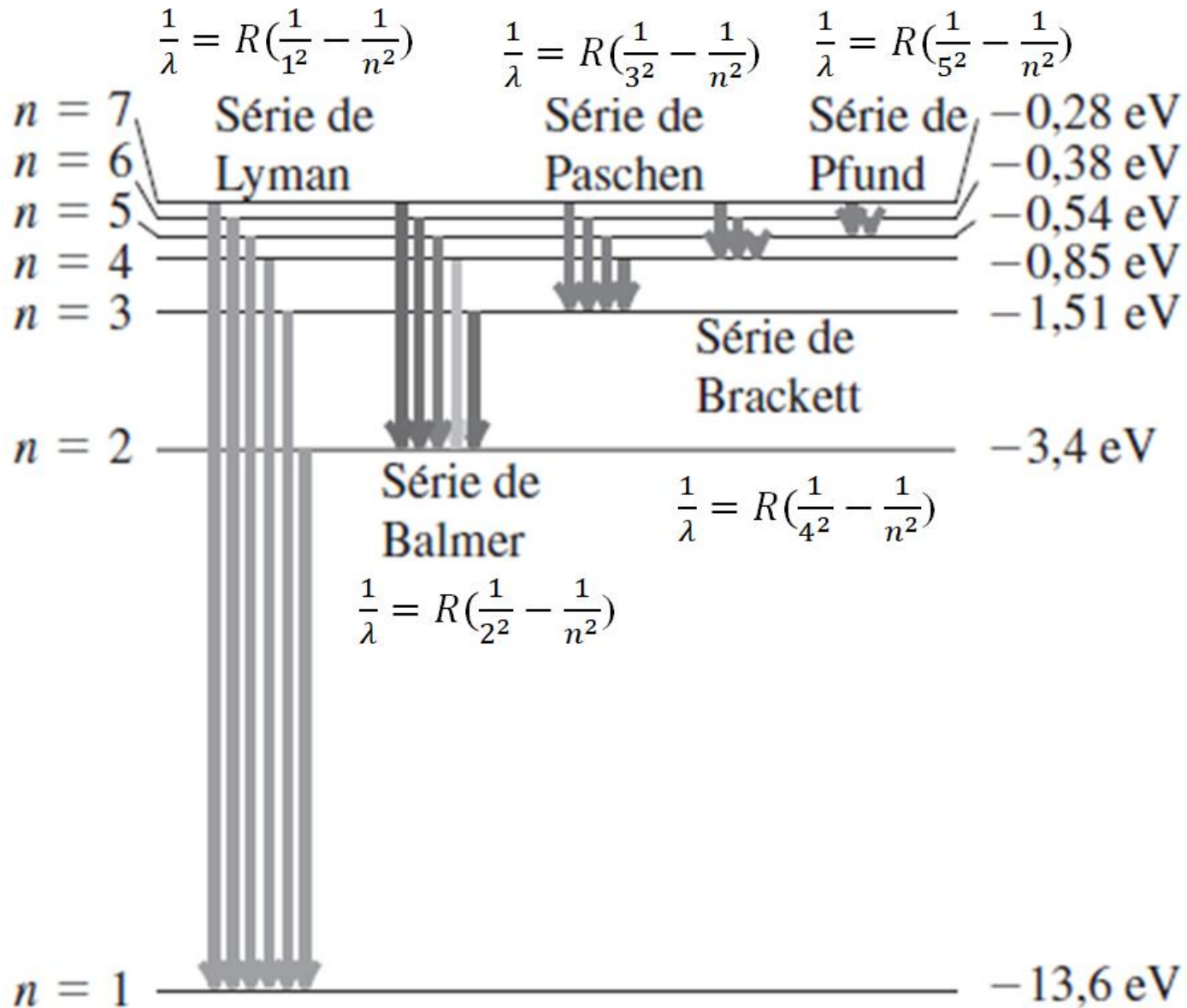
$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \text{Série de Lyman} \quad (n = 2, 3, 4, \dots)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \text{Série de Paschen} \quad (n = 4, 5, 6, \dots)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \text{Série de Brackett} \quad (n = 5, 6, 7, \dots)$$

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{n^2} \right) \Rightarrow \text{Série de Pfund} \quad (n = 6, 7, 8, \dots)$$

Espectro Atômicos



Espectro Atômicos

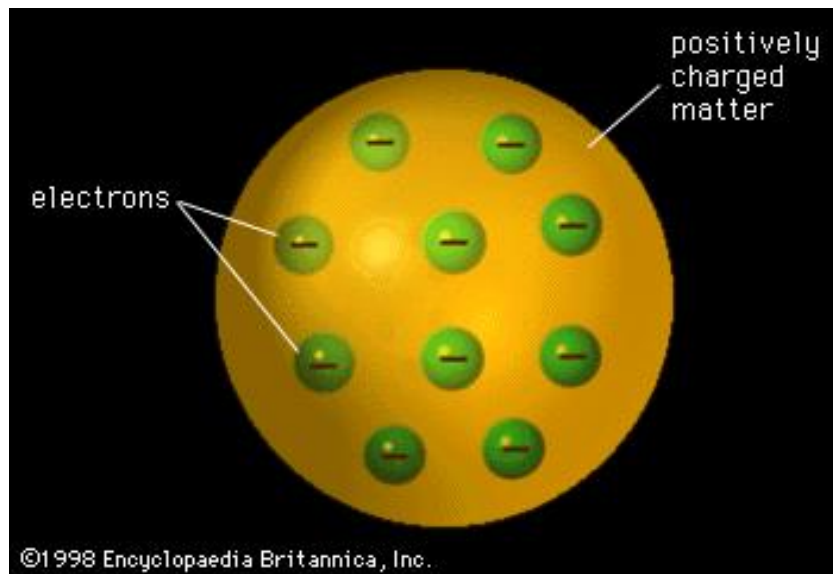
Johannes Rydberg (1888)

$$f = \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

Nome	n_f	n_i	Região do espectro eletromagnético
Lyman	1	2, 3, 4, ...	Ultravioleta
Balmer	2	3, 4, 5, ...	Visível
Paschen	3	4, 5, 6, ...	Infravermelho
Bracket	4	5, 6, 7, ...	Infravermelho
Pfund	5	6, 7, 8, ...	Infravermelho
Humphreys	6	7, 8, 9, ...	Infravermelho

Modelos Atômicos: O modelo de Thomson

- J. J. Thomson (inglês 1856 – 1940)
- Descobriu o elétron.
- Propôs o modelo atômico conhecido como “**pudim de passas**”



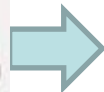
Não explicava os espectros de emissão observados experimentalmente

Modelos Atômicos: O modelo de Thomson

(“Pudim de Passas”)

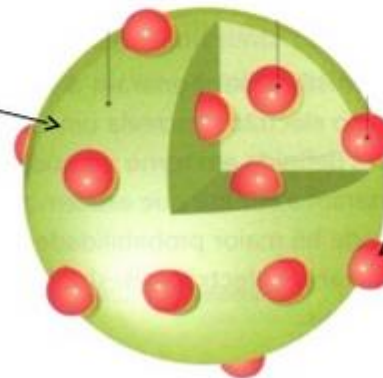
J. J. Thomson propôs um modelo no qual os elétrons carregados negativamente estão localizados no interior de uma distribuição contínua de carga positiva.

Em 1904



Thomson propôs um novo modelo atômico....

Esfera com carga elétrica positiva

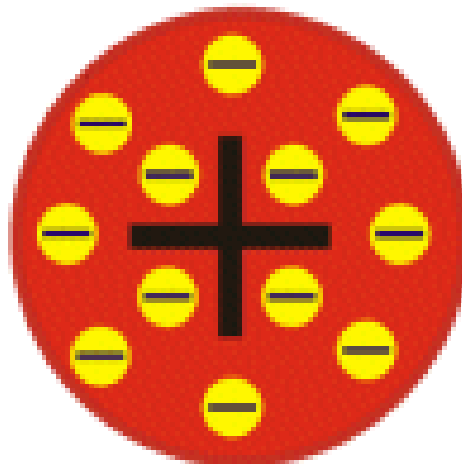


Elétrons (partículas com carga elétrica negativa)

Modelos Atômicos: O modelo de Thomson

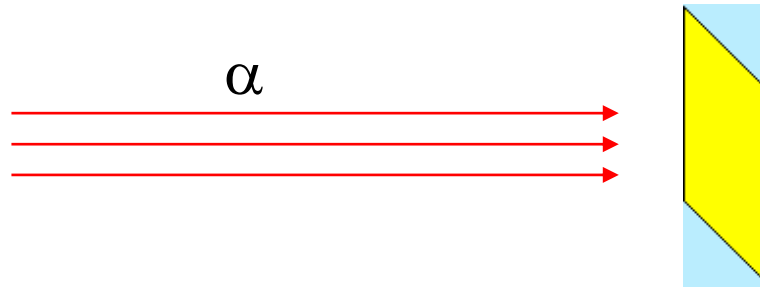
Características

- A forma da distribuição de carga positiva é esférica com um raio da ordem de 10^{-10}m .
- Os elétrons estão uniformemente distribuídos na esfera.
- No estado de menor energia do átomo os elétrons estão fixos em suas posições de equilíbrio.
- Em átomos excitados, os elétrons vibram em torno de suas posições de equilíbrio.



Modelos Atômicos: O experimento de Rutherford

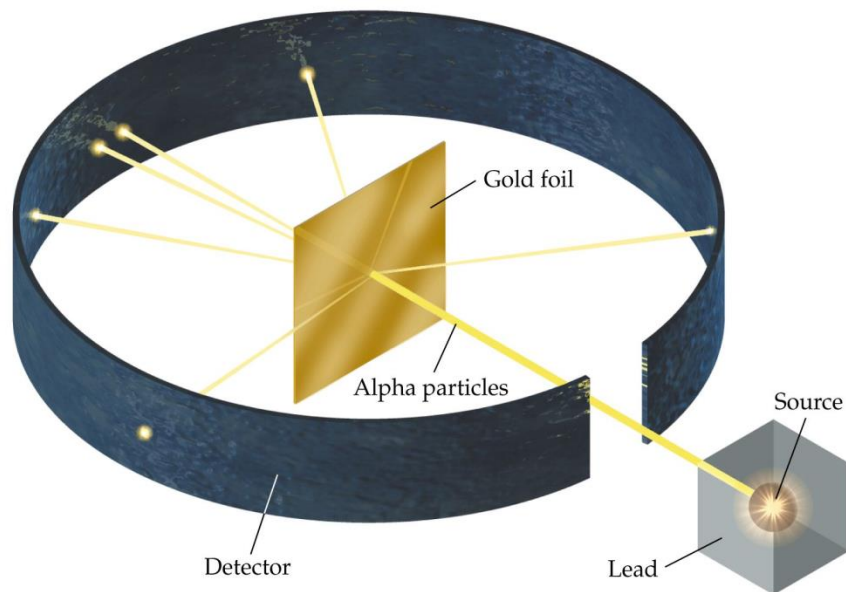
Em 1911, Ernest Rutherford propôs uma experiência na qual uma folha de ouro era bombardeada por partículas α (He^{2+}).



Qual era o resultado esperado????

Modelos Atômicos: O experimento de Rutherford

Pelo modelo de Thomson, tínhamos que as partículas a atravessariam a folha de ouro. Ao atravessar a folha, cada partícula sofreria muitas deflexões devido a força coulombiana entre sua carga e as cargas positivas e negativas do átomo da folha. Como existe uma trajetória para cada partícula, temos que a deflexão total será diferente pra cada átomo.



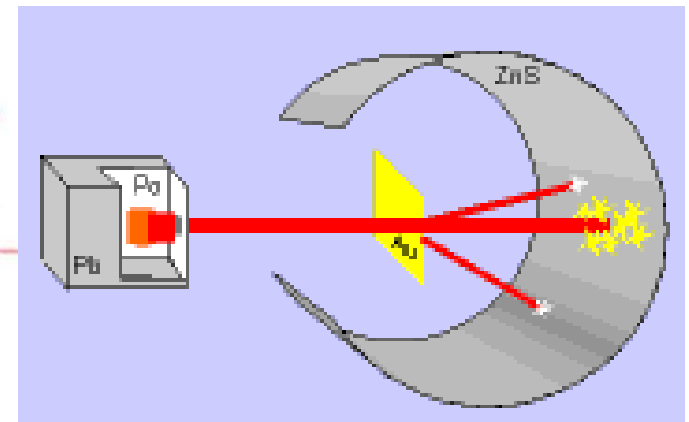
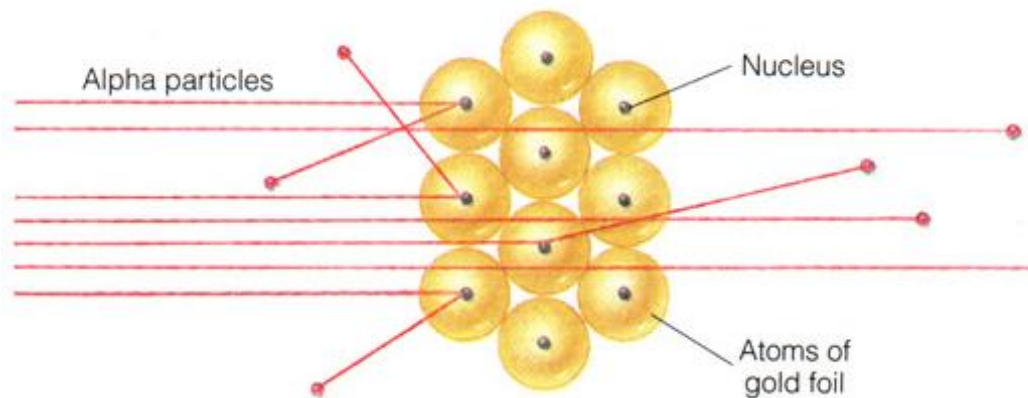
Modelos Atômicos: O experimento de Rutherford

“Foi praticamente o acontecimento mais inacreditável que aconteceu em minha vida. Era tão inacreditável como você atirasse um obus (granada) de 15 polegadas sobre um pedaço de papel de seda e ele voltasse e o atingisse.”



Modelos Atômicos: O experimento de Rutherford

- Como a massa de uma partícula α é ≈ 8000 vezes a do elétron, uma colisão $\alpha - e^-$ não desviaria sua trajetória.
- Pelo modelo de Thomson a carga positiva estava **uniformemente distribuída** e também não poderia produzir desvios significativos.

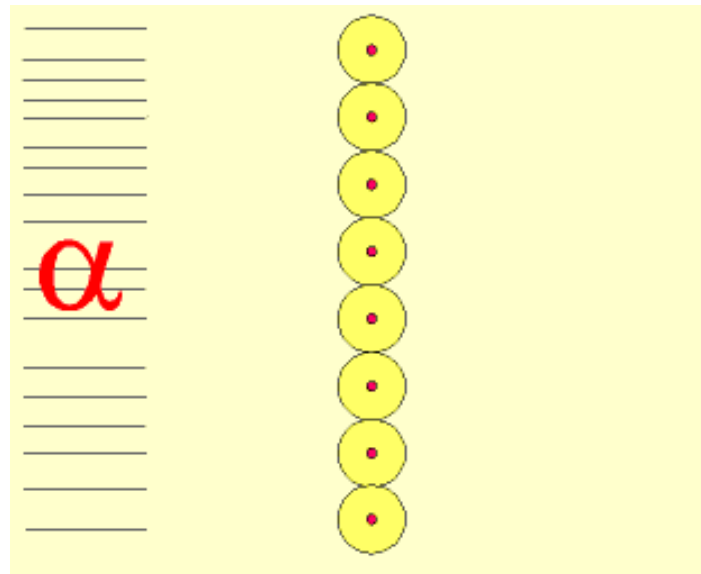


Modelos Atômicos: O experimento de Rutherford

- A grande maioria passou pela folha de ouro sofrendo pequenos desvios de trajetória.
- Mas algumas partículas sofreram desvios entre 90° e 180° .

Probabilidade experimental = 10^{-4}

Probabilidade prevista pelo modelo de Thomson = 10^{-3500}



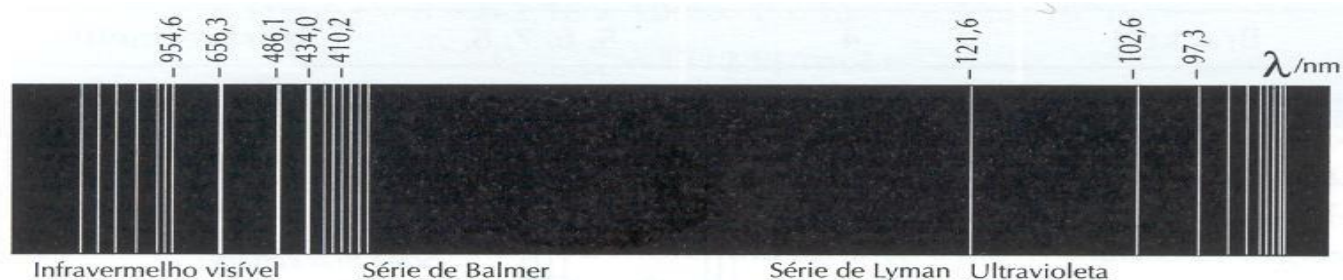
Problemas

1. Estabilidade do átomo nuclear.

De acordo com teoria eletromagnética clássica, todos os corpos carregados acelerados irradiam energia na forma de radiação eletromagnética.

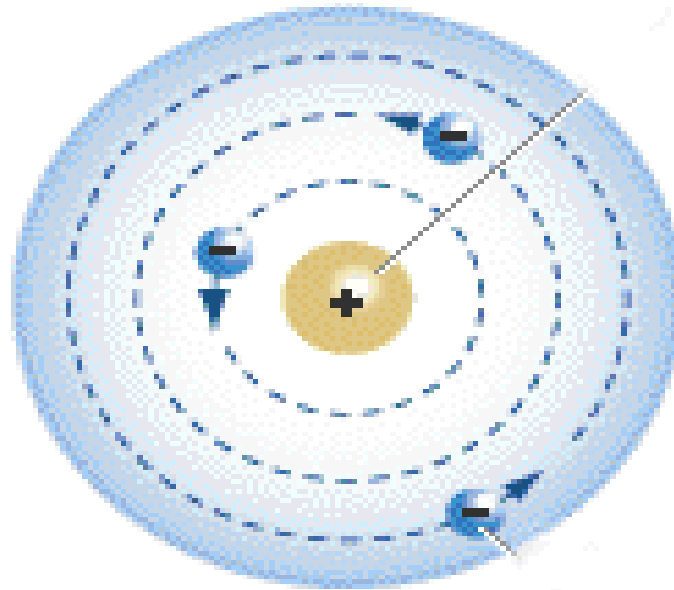
2. Espectros atômicos

Temos um átomo com energia total maior do que a do átomo normal, ao voltar ao seu estado normal, os átomos cedem seu excesso de energia emitindo radiação eletromagnética. A radiação atravessa uma rede de difração, sendo então decomposta em seu espectro de comprimentos de onda, que é gravado numa chapa fotográfica.



Espectro do Hidrogênio

Modelos Atômicos: Modelo de Rutherford



- Toda massa do átomo está concentrado no núcleo que possui carga positiva.
- Os elétrons giram em torno do núcleo.

Modelos Atômicos

Há colisão das partículas α com o núcleo?

Para uma colisão frontal, aplicando conservação de energia temos:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_{He}Q_{Au}}{d}$$

Onde $q_{He} = 2e$ é a carga da partícula α e $Q_{Au} = 79e$ é a carga do núcleo de ouro.

$$d_{Au} = 4,29 \times 10^{-14} \text{ m}$$

Este valor é bem menor que o tamanho de um átomo como veremos mais adiante.

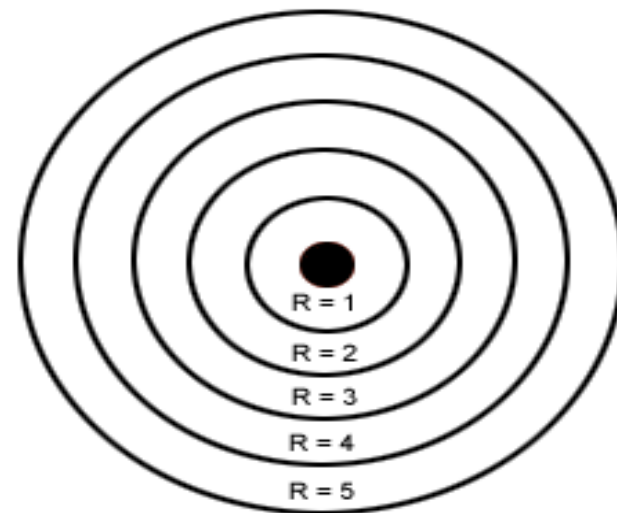
Modelos Atômicos

Modelo de Rutherford

Núcleo:

- muito pequeno em relação ao átomo.
- contém quase a totalidade da massa do átomo.
- com carga positiva de valor múltiplo da do elétron.

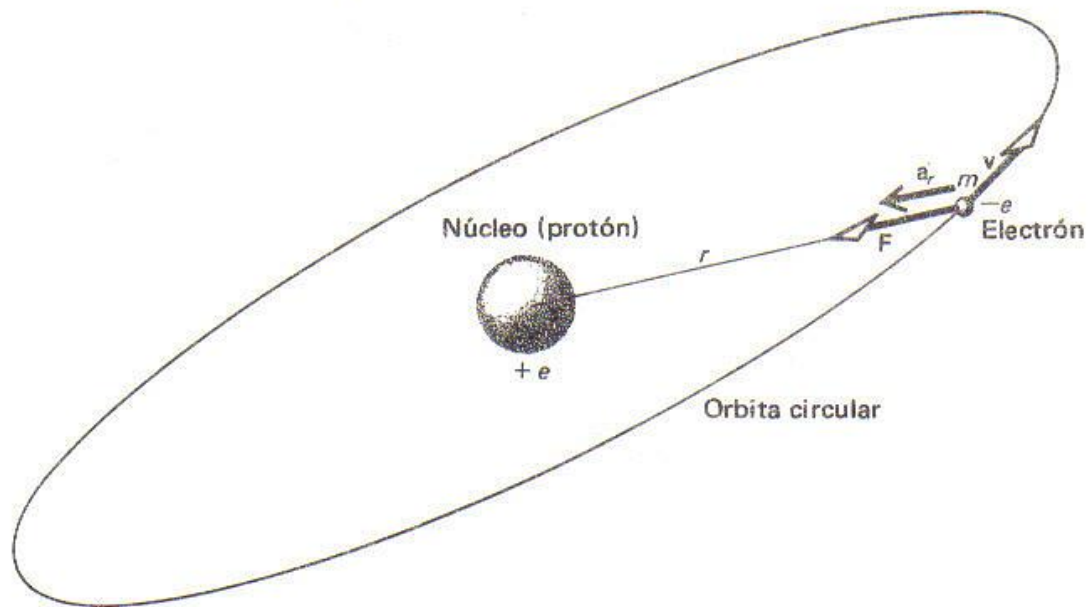
Eletrosfera: ao redor do núcleo em região de baixíssima densidade constituída pelos elétrons.



Problema: não explicava a estabilidade do átomo nuclear

Modelos Atômicos: Modelo de Bohr

Segundo as leis do eletromagnetismo clássico, os elétrons, ao girar em torno do núcleo do átomo, deveriam irradiar ondas eletromagnéticas, perder energia e cair sobre o núcleo.



Para explicar a estabilidade do núcleo, Bohr supôs que:

Modelo de Rutherford + 4 postulados

Modelos Atômicos: Modelo de Bohr

Postulados de Bohr:

- 1) Um elétron em um átomo se move em uma órbita circular em torno do núcleo sob influência da atração eletrostática entre o elétron e o núcleo.
- 2) Um elétron só pode se mover em uma órbita tal que

$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar, \quad \text{onde } n = 1, 2, 3, \dots$$

n = para cada órbita é chamado número quântico principal para a referida órbita.

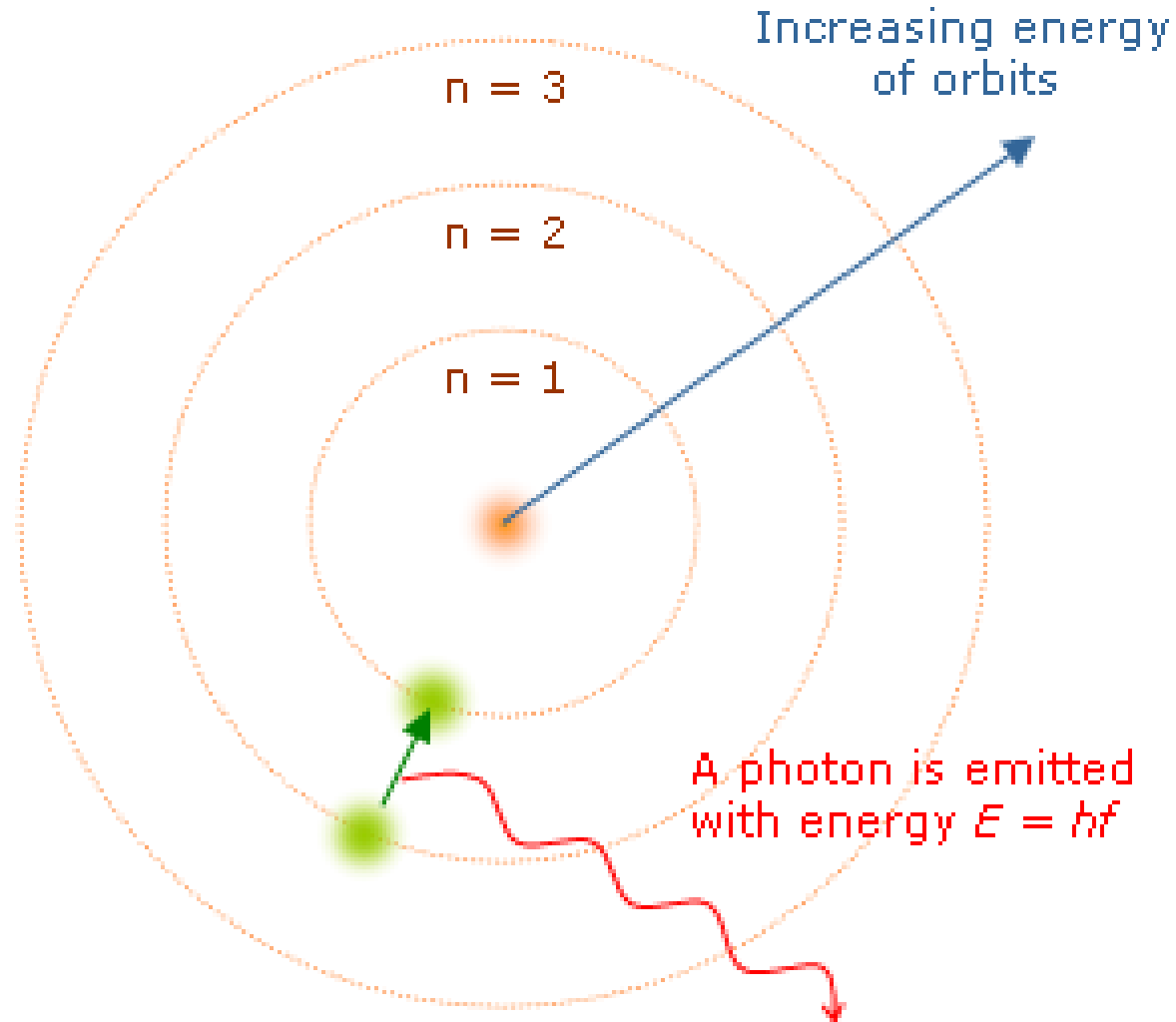
Modelos Atômicos: Modelo de Bohr

Postulados de Bohr:

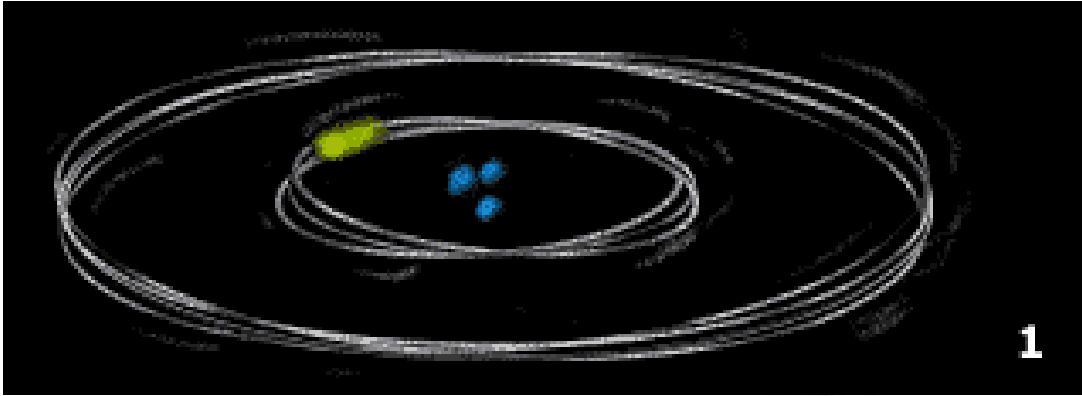
- 3) Apesar de estar constantemente acelerado, um elétron e uma dessas órbitas não emite radiação eletromagnética e, portanto, sua energia permanece constante.
- 4) Ao mudar de uma órbita de energia E_i para uma outra de energia E_f ($E_f < E_i$) o elétron emite uma radiação de frequência

$$f = \frac{E_f - E_i}{h}$$

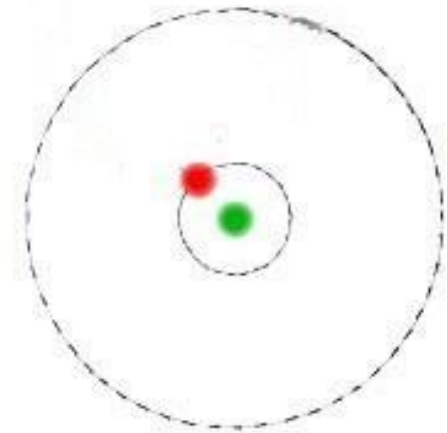
Modelos Atômicos: Modelo de Bohr



Modelos Atômicos: Modelo de Bohr



Estado fundamental

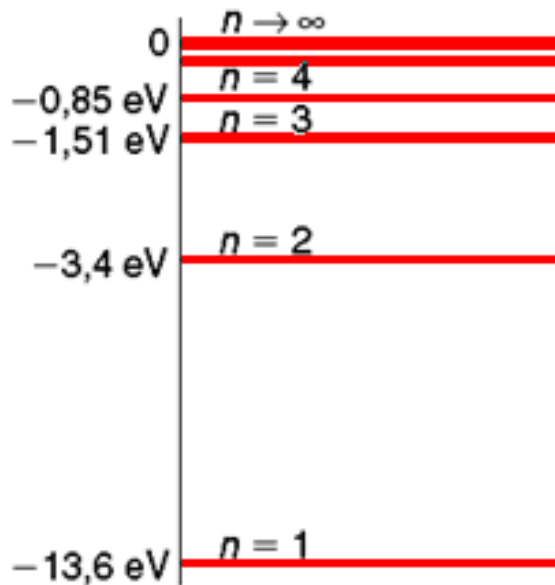


Modelos Atômicos: Modelo de Bohr

Exemplo:

Quando o átomo de hidrogênio faz uma transição do estado $n=3$ para o estado $n = 2$, quanta energia é emitida

$$E = E_3 - E_2 = -1,5 - (-3,4) = 1,9 \text{ eV}$$



$$f = \frac{E_3 - E_2}{h} = \frac{1,9 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{6,6 \cdot 10^{-34}} = 4,61 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$$

Modelos Atômicos: Modelo de Bohr

- Para explicar o espectro de linhas do átomo de hidrogênio, Bohr sugeriu mais uma hipótese:

“A teoria quântica deve concordar com a teoria clássica, no limite dos grandes números quânticos”
- Esta hipótese ficou conhecida como o “princípio da correspondência”

Modelos Atômicos: Modelo de Bohr

- Amparado nesse princípio Bohr usa a Física Clássica para determinar os raios das órbitas e as energias dos estados estacionários dos elétrons.
- As energias associadas ao átomo de Bohr são:

$$E = K + V = \frac{1}{2} m_e v^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r}$$

- Usando a 2ª lei de Newton com a aceleração centrípeta temos:

$$F_e = m_e \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

Modelos Atômicos: Modelo de Bohr

- Portanto a energia é dada por:

$$E = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r}$$

- Usando o postulado de Bohr para o momento angular e o valor de v^2 podemos encontrar o raio da órbita n :

onde r_B é o chamado raio de Bohr.
$$r = \frac{\epsilon_0}{\pi} \frac{h^2}{m_e q^2} n^2 = r_B n^2$$

$$r_B (n=1) = 5,29 \times 10^{-10} \text{ m} \approx 0,5 \text{ \AA}$$

(fornece uma estimativa do tamanho do átomo de hidrogênio)

Modelos Atômicos: Modelo de Bohr

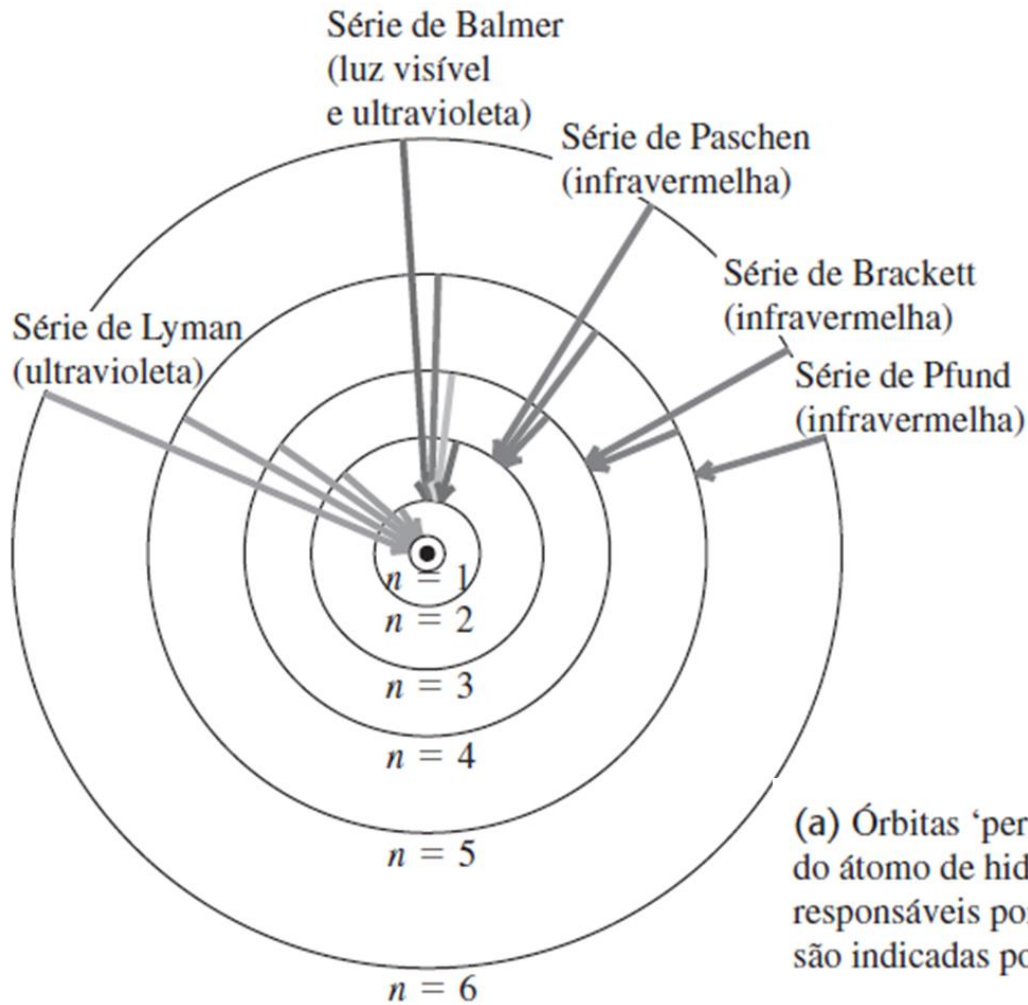
- Usando o valor de r na expressão da energia, temos:

$$E = -\frac{1}{8\epsilon_0} \frac{mq^4}{h^2} \frac{1}{n^2}$$
$$E_1 = -13,6 \text{ eV}$$
$$E_2 = -3,40 \text{ eV}$$
$$E_3 = -1,51 \text{ eV}$$

- Combinado o resultado acima com o quarto postulado:

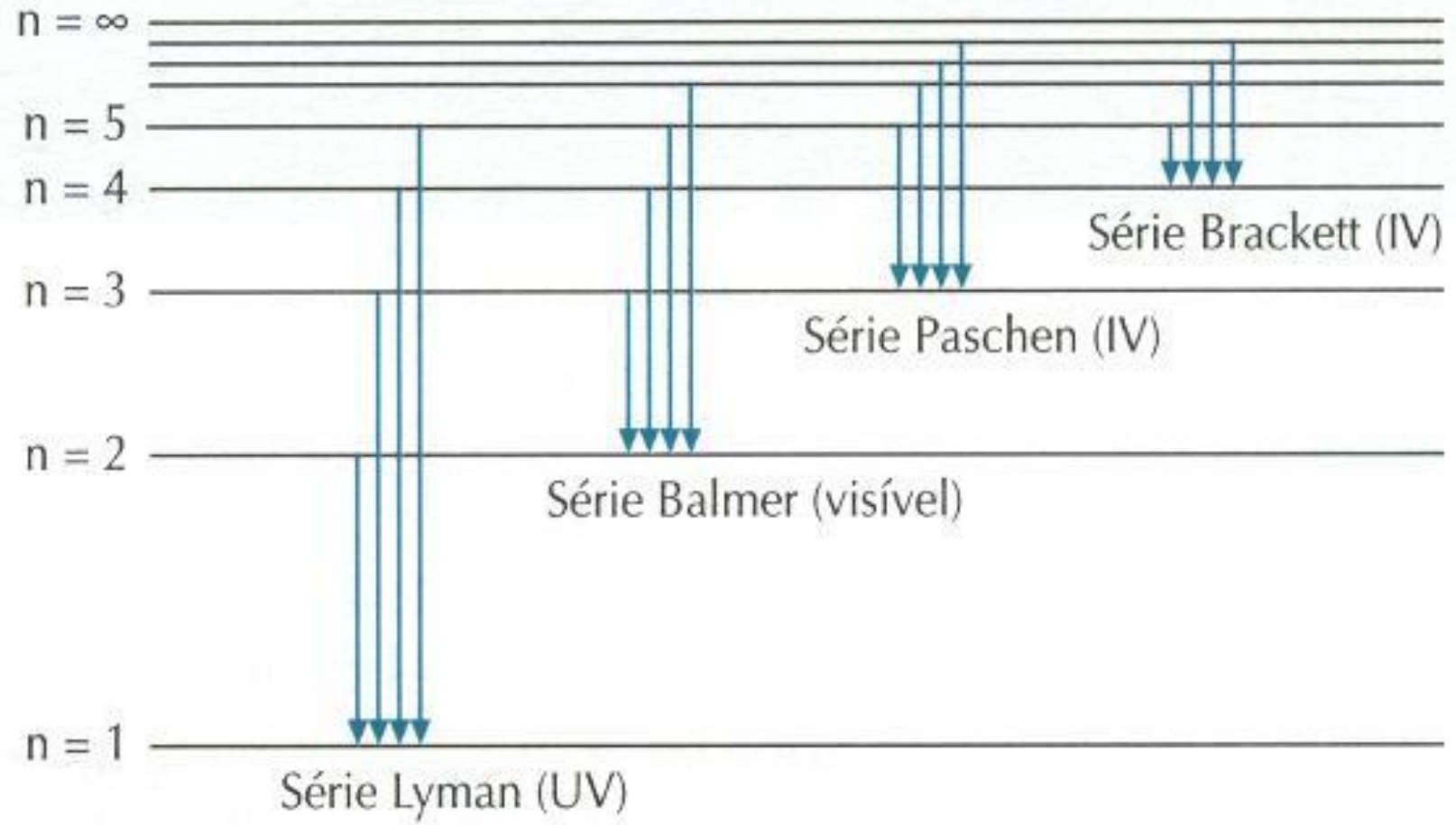
$$E = -\frac{1}{8\epsilon_0} \frac{mq^4}{h^2} \left(\frac{1}{n_i^2} - \frac{1}{n_f^2} \right)$$

Espectro do Átomo de Hidrogênio

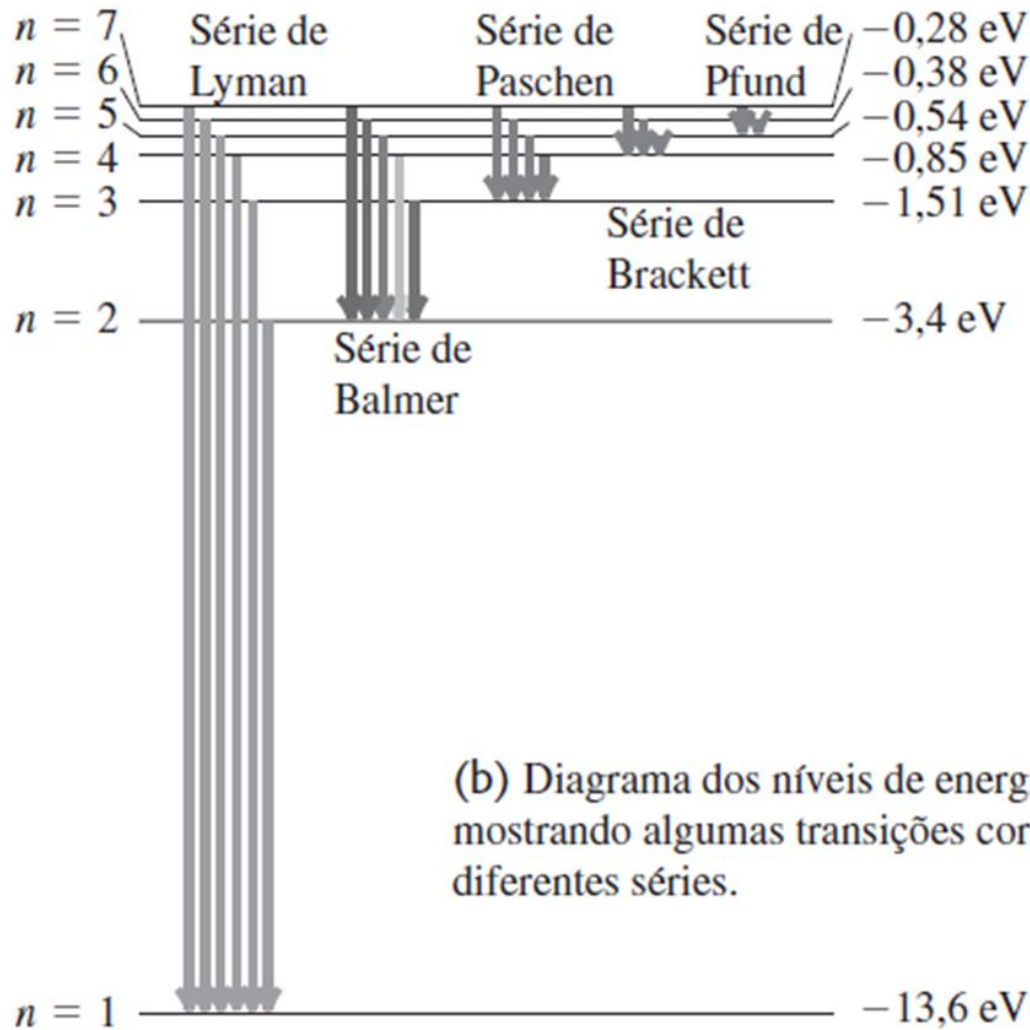


(a) Órbitas 'permitidas' para um elétron no modelo de Bohr do átomo de hidrogênio (não em escala). As transições responsáveis por algumas das linhas das diversas séries são indicadas por setas.

Espectro do Átomo de Hidrogênio



Espectro do Átomo de Hidrogênio



(b) Diagrama dos níveis de energia do hidrogênio, mostrando algumas transições correspondentes às diferentes séries.

Para n muito grande temos um contínuo de energia estando de acordo com o “princípio da correspondência”

Propriedades ondulatórias das partículas

Hipótese de De Broglie

Na sua tese em 1923, o príncipe Louis V. de Broglie sugeriu que partículas com massa deveriam ter propriedades de onda, semelhantes a radiação eletromagnética.

A energia podia ser escrita como:

$$h \cdot f = p \cdot c \rightarrow c = \lambda \cdot f \quad hf = p \cdot \lambda \cdot f$$

$$\cancel{h \cdot f} = p \cdot c = p \cdot \lambda \cdot \cancel{f}$$

O comprimento de onda da matéria foi chamado então de **comprimento de onda de De Broglie** :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

Propriedades ondulatórias das partículas

Hipótese de De Broglie



Louis V. de Broglie
(1892-1987)

Se a onda de luz pode se comportar como uma partícula (fóton) porque uma partícula com massa não pode se comportar como onda?

Hipótese de De Broglie

Se a luz apresenta natureza dual, uma partícula pode comportar-se de modo semelhante, apresentando também propriedades ondulatórias. O comprimento de onda de uma partícula em função da quantidade de movimento é dado por:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Propriedades ondulatórias das partículas

Hipótese de De Broglie

Louis de Broglie postulou que por uma questão de simetria, a matéria, que tem características básicas de corpúsculos, deveria também apresentar, em certas circunstâncias, características ondulatórias. As relações que permitem obter a frequência e o comprimento de onda associados a uma partícula são dadas pelas chamadas relações de de Broglie:

$$f = \frac{E}{h}$$

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Propriedades ondulatórias das partículas

Hipótese de De Broglie

Notou que a condição de Bohr para a quantização do momento angular, utilizada agora com as novas ideias, correspondiam à condição de ondas estacionárias para as órbitas eletrônicas:

$$mvr = n\hbar = \frac{nh}{2\pi}, \quad \text{para } n \text{ inteiro}$$

$$2\pi r = \frac{nh}{mv} = \frac{nh}{p} = n\lambda = \text{circunferência da órbita}$$

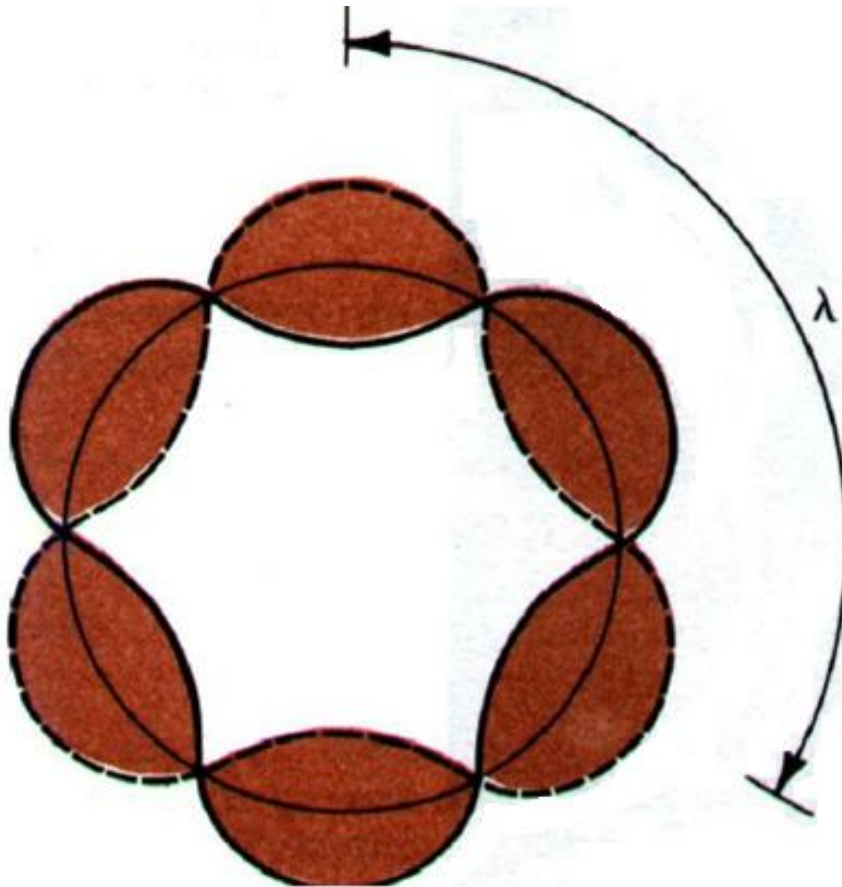
usando $p = h/\lambda$ e $S = 2\pi r$ para o perímetro da órbita, temos a relação:

$$n\lambda = S$$

Propriedades ondulatórias das partículas

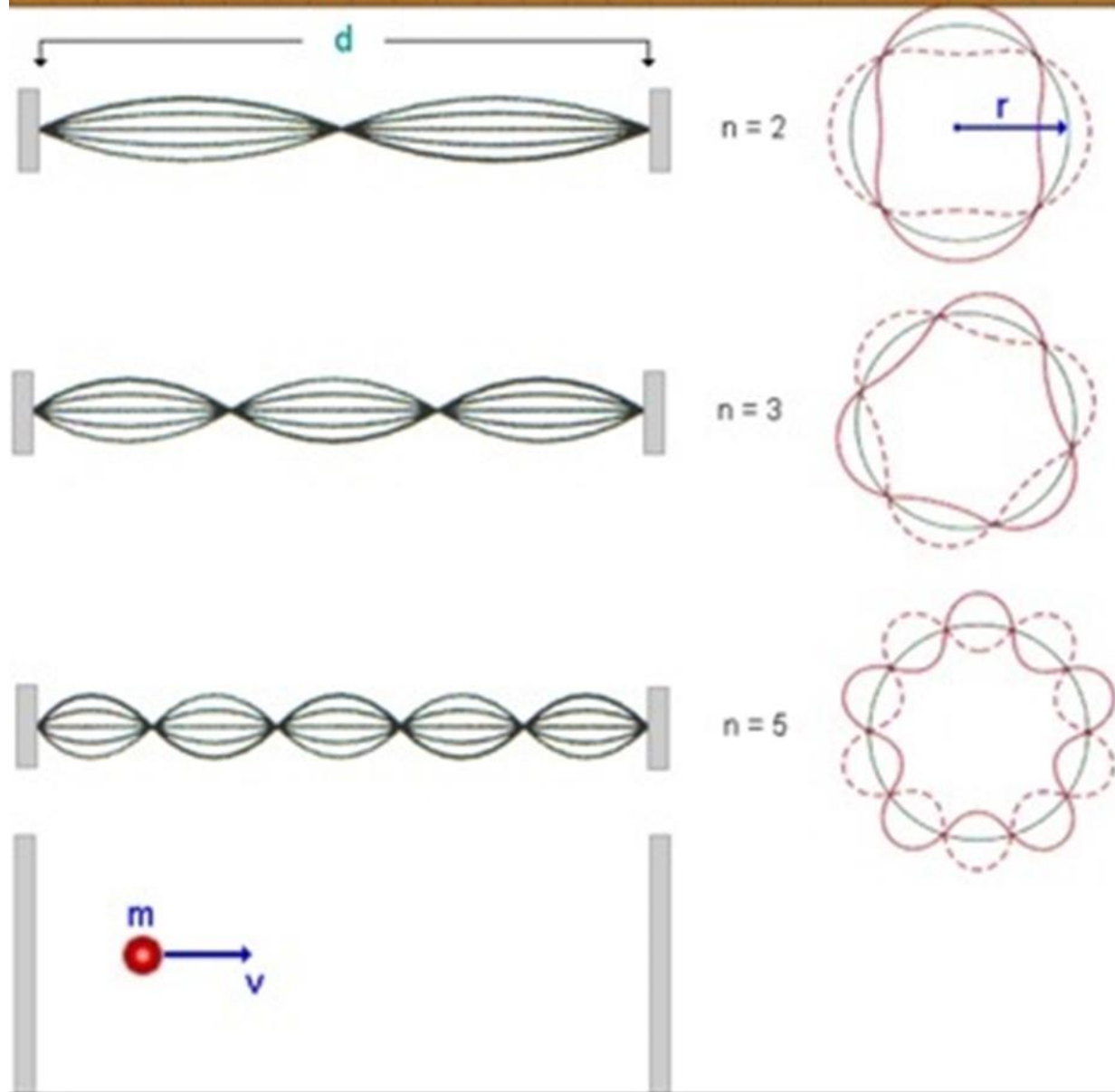
$$n\lambda = S$$

que é a condição para uma onda estacionária, como visto na figura



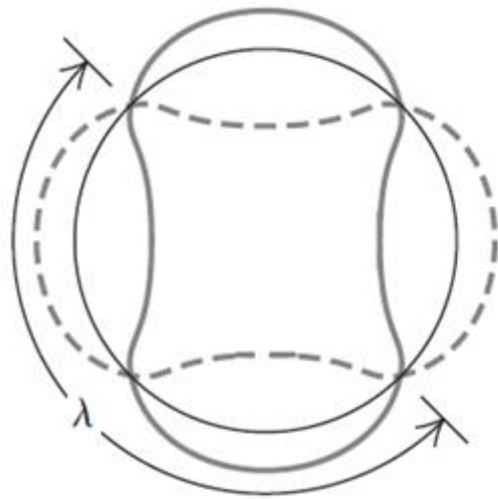
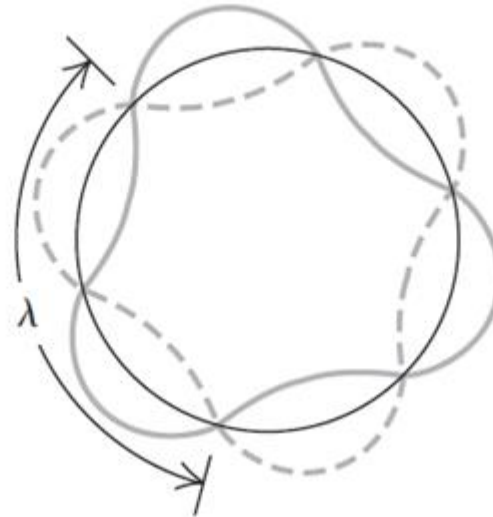
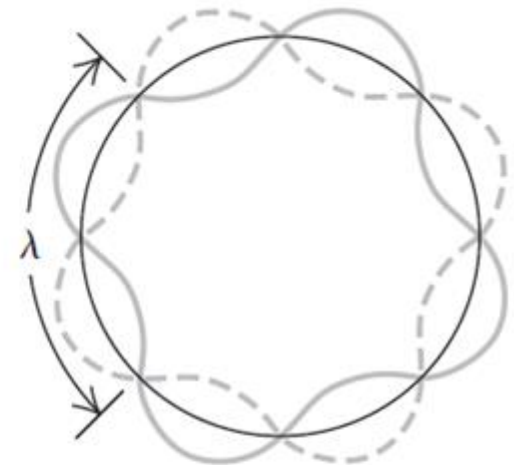
Visualização do elétron como uma onda estacionária, no átomo de hidrogênio.

Propriedades ondulatórias das partículas



A figura, apresenta três instantâneos de uma onda estacionária de matéria, associada com uma corda presa nas extremidades e uma órbita de raio r . O comprimento de onda de De Broglie ($\lambda = h/p$) foi escolhido de tal modo que a órbita de raio r contivesse um número inteiro n de ondas de matéria.

Propriedades ondulatórias das partículas

 $n = 2$  $n = 3$  $n = 4$

O diagrama mostra como uma onda estacionária pode preencher exatamente uma órbita circular. Para que a onda se encaixe perfeitamente na circunferência, o comprimento da circunferência deve ser igual a um número inteiro n de comprimentos de onda. Mostramos exemplos para $n = 2, 3$ e 4 .

Propriedades ondulatórias das partículas

Utilizando as relações de de Broglie, podemos calcular o comprimento de onda associado a um elétron com energia E . Supondo a energia não muito grande, de modo que não precisamos utilizar as relações relativísticas, temos:

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

Propriedades ondulatórias das partículas – Ex. 1

Qual o comprimento de onda de uma bola de pingue-pongue de 2,0g ao ser rebatida com uma velocidade de 5 m/s.

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{(2,0 \cdot 10^{-3} \text{ kg})(5 \text{ m/s})} = 6,6 \cdot 10^{-32} \text{ m}$$

Propriedades ondulatórias das partículas – Ex. 2

Qual o comprimento de onda de um e^- com velocidade de $5,97 \times 10^6$ m/s?

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s})}{(9,11 \times 10^{-28} \text{ g}) \times (5,97 \times 10^6 \text{ m/s})} \left(\frac{1 \text{ kgm}^2 / \text{s}^2}{1 \text{ J}} \right) \left(\frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \right)$$
$$= 1,22 \times 10^{-10} \text{ m} = 0,122 \text{ nm}$$

Comparando esses valores com os comprimentos de onda de radiações eletromagnéticas (espectro eletromagnético), observa-se que o comprimento de onda desse e^- apresenta aproximadamente um comprimento de onda da mesma ordem das ondas de raios X.

Posteriormente, a Teoria de De Broglie foi comprovada por experimentos de difração de e^- e de raios X em cristais.

Propriedades ondulatórias das partículas – Ex. 3

Qual o comprimento de onda de um elétron com uma energia cinética de 10 eV.

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow p = \sqrt{2mK}$$

$$p = \sqrt{(2)(9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg})(10 \text{ eV})(1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J / eV})}$$

$$p = 1,71 \cdot 10^{-24} \text{ kg.m / s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J.s}}{1,71 \cdot 10^{-24} \text{ kg.m / s}} = 3,88 \cdot 10^{-10} \text{ m} = 0,39 \text{ nm}$$

Propriedades ondulatórias das partículas – Ex. 4

Exemplo 39.1- Calcule a velocidade e a energia cinética de um nêutron ($m=1,675 \cdot 10^{-27}$ kg) com comprimento de onda de De Broglie $\lambda=0,200$ nm, valor aproximado entre os átomos em muitos cristais. Compare a energia com a energia cinética média das moléculas de um gás na temperatura ambiente ($T=20^\circ\text{C} = 293\text{K}$)

$$\lambda = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{\lambda m} = \frac{6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}}{(0,200 \cdot 10^{-9} \text{ m})(1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg})} = 1,98 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

A energia cinética é:

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}(1,675 \cdot 10^{-27} \text{ Kg})(1,98 \cdot 10^3 \text{ m/s})^2 \\ &= 3,28 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0,0204 \text{ eV} \end{aligned}$$

Propriedades ondulatórias das partículas – Ex. 4

A energia cinética média translacional de uma molécula de um gás ideal é dada por

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} m(v^2)_{med} = \frac{3}{2} kT = \frac{3}{2} (1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J / K})(293 \text{ K}) \\ &= 6,07 \cdot 10^{-21} \text{ J} = 0,0397 \text{ eV} \end{aligned}$$

As duas energias obtidas possuem a mesma ordem de grandeza.

Propriedades ondulatórias das partículas – Ex. 5

Um elétron em movimento manifesta uma onda de matéria com comprimento de onda de De Broglie igual a 10^{-10} m . Sendo a massa do elétron igual a $9,1 \cdot 10^{-31}$ kg, sua carga é $1,6 \cdot 10^{-19}$ C e a constante de Planck igual a $6,63 \cdot 10^{-34}$ J.s, qual a DDP necessária para acelerá-lo do repouso até a velocidade necessária?

Solução:

Da Hipótese de De Broglie, segue:

$$\lambda = \frac{h}{mv} \Rightarrow v = \frac{h}{m\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}} \cong 7,28 \cdot 10^6 \text{ m/s}$$

Utilizando o Teorema do Trabalho e Energia Cinética, desconsiderando o efeito relativístico do elétron:

$$W_{\text{campo elétrico}} = \Delta E_{\text{cinética}}$$

$$\Rightarrow U \cdot q = \frac{1}{2} m \cdot v^2 - 0$$

$$\Rightarrow U = \frac{m \cdot v^2}{2q} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 7,28^2 \cdot 10^{12}}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 150,7 \text{ V}$$

A DDP necessária é de aproximadamente 150,7 V.

Propriedades ondulatórias das partículas – Ex. 6

Sabemos que a temperatura média da superfície da estrela polar é de 8300K. Qual das opções propostas pode melhor representar o comprimento de onda relativo a radiação espectral máximo?

- (a) 3500 Angstroms (b) 2100 Angstroms
(c) 4500 Angstroms (d) 1500 Angstroms
(e) 5000 Angstroms

Solução:

A expressão que nos dá o comprimento de onda para o pico de intensidade para uma dada temperatura é a Lei de Deslocamento de Wien. Para obter a expressão, como foi visto anteriormente, bastaria derivar a expressão de Planck para I em função de λ e T . O resultado nos diz que:

$$\lambda_{I_{\max}} = \frac{0,00289}{T} \Rightarrow \lambda_{I_{\max}} = \frac{0,00289}{8300} \approx 3500 \cdot 10^{-10} m$$

Resposta: Item a

Princípio da incerteza de Heisenberg (1901-1976)

Na física tradicional newtoniana, também chamada de Física Clássica, acreditava-se que se soubermos a posição inicial e o momento (massa e velocidade) de todas as partículas de um sistema, seríamos capazes de calcular suas interações e prever como ele se comportará. Isto parece correto, se soubermos descrever com precisão as interações entre essas partículas, mas parte de um pressuposto bastante forte: o de que de fato conhecemos a posição e o momento de todas as partículas.

Segundo o princípio da incerteza, não se pode conhecer com precisão absoluta a posição ou o momento (e, portanto, a velocidade) de uma partícula. Isto acontece porque para medir qualquer um desses valores acabamos os alterando, e isto não é uma questão de medição, mas sim de física quântica e da natureza das partículas.

Princípio da incerteza de Heisenberg (1901-1976)

Quanto maior a precisão na determinação da posição do elétron, menor a precisão na determinação de sua quantidade de movimento e vice-versa.

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi} = \frac{\hbar}{2}$$

No seu nível mais fundamental, o princípio da incerteza é uma consequência da dualidade e do princípio de Broglie. Se uma partícula encontra-se em uma região com erro Δx , então seu comprimento de onda natural deve ser menor que Δx , o que requer um momento elevado, variando entre $-h/\Delta x$ e $+h/\Delta x$. Aí está a incerteza! O raciocínio é análogo para a indeterminação do momento.

Princípio da incerteza de Heisenberg (1901-1976)

Quanto maior a precisão na determinação da posição do elétron, menor a precisão na determinação de sua quantidade de movimento e vice-versa.

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

Incerteza da energia

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Princípio da incerteza de Heisenberg – Ex. 1

Um cálculo rápido e relativamente simples ilustra as implicações do Princípio da Incerteza, tomando-se um e- movendo-se em um átomo de hidrogênio.

Vamos supor que a velocidade do e- seja de 5×10^6 m/s e que podemos conhecer o valor exato dessa velocidade com uma incerteza de 1% e que essa é a única fonte de incerteza no momentum. Utilizando a equação de Heisenberg, Simplificadamente, na forma de uma igualdade, temos:

$$\Delta x \geq \frac{h}{4\pi \cdot m \cdot \Delta v} = \frac{(6,63 \times 10^{-34} \text{ J.s})}{4\pi(9,11 \times 10^{-31} \text{ kg})(5 \times 10^4 \text{ m/s})} = 1 \times 10^{-9} \text{ m}$$

Uma vez que o diâmetro de um átomo de hidrogênio é de 2×10^{-10} m, a incerteza é muito maior do que o tamanho do átomo.

Por que os fogos de artifícios são coloridos?

Quando ocorre a explosão da pólvora, a energia gerada vai fazer com que os elétrons que estão mais próximos do núcleo (que são aqueles de menor energia), dirijam-se a níveis de maior energia, mais afastados no núcleo. Ao retornarem aos níveis iniciais, com menor energia, a energia que foi absorvida será liberada, emitindo luz colorida.



Por que os fogos de artifícios são coloridos?

Para a mistura funcionar, sais provenientes de diferentes metais são adicionados à pólvora, de modo que no momento da explosão uma cor seja produzida. A tonalidade varia de acordo com o componente.

Sódio e Cálcio dão a coloração amarelada dos fogos.

Lítio e Estrôncio – cor avermelhada

Bário e Cobre – cor esverdeada

Ferro – cor dourada

Potássio – cor azulada ou púrpura

Magnésio – cor branca ou prateada

