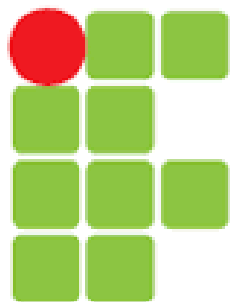


Física IV



INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE



Interferência

Sears – capítulo 35

Prof. Nelson Luiz Reyes Marques

Interferência

- Uma feia mancha negra de óleo sobre o asfalto pode se tornar uma bela imagem após a chuva, quando o óleo reflete um arco-íris de cores.
- Reflexos multicoloridos também podem ser observados sobre a face de um DVD ou na superfície de uma bolha de sabão.
- Como é possível que objetos sem cor produzam essas cores tão intensas?



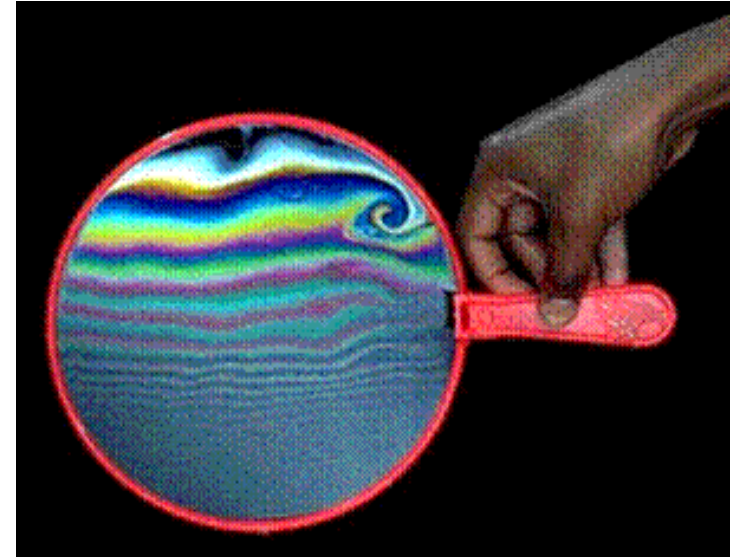
Interferência

Arco-íris



↓
refração

Bolha de sabão



↓
interferência

$\neq$

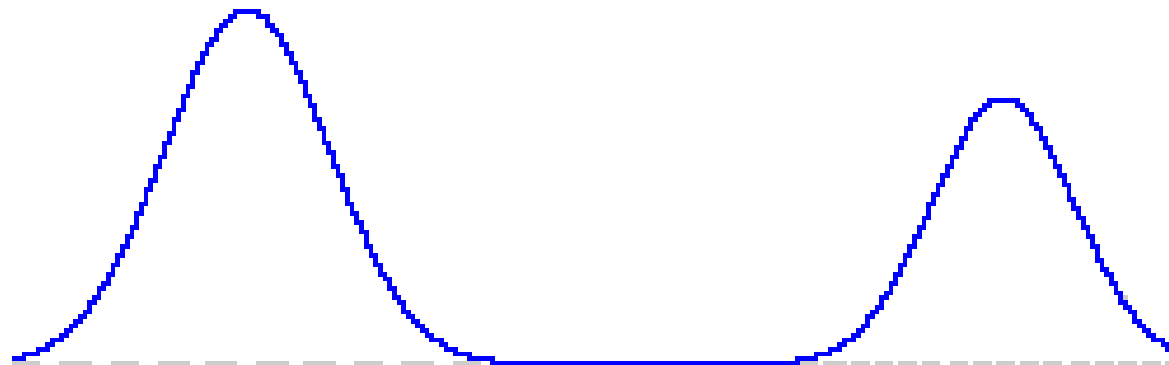
Interferência e fontes coerentes

- O princípio da superposição afirma o seguinte:

Quando duas ou mais ondas se superpõem, o deslocamento resultante em qualquer ponto em um dado instante pode ser determinado somando-se os deslocamentos instantâneos que seriam produzidos no ponto pelas ondas individuais se cada onda estivesse presente sozinha.

- Os efeitos da interferência podem ser estudados com mais facilidade quando combinamos ondas senoidais com uma única frequência f e comprimento de onda λ .

Interferência e fontes coerentes

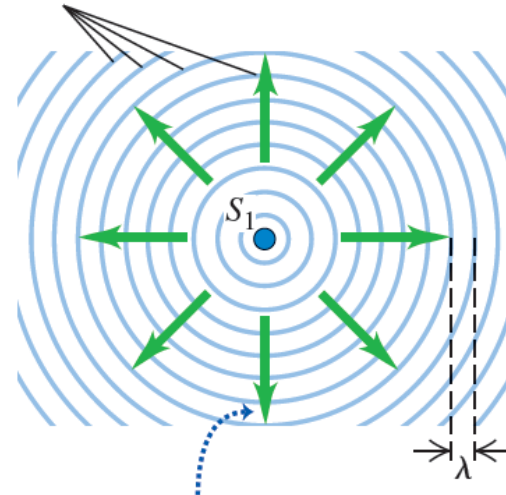


- Depois da superposição, as ondas têm a mesma forma que antes e continuam a se propagar como antes (Independência das ondas).

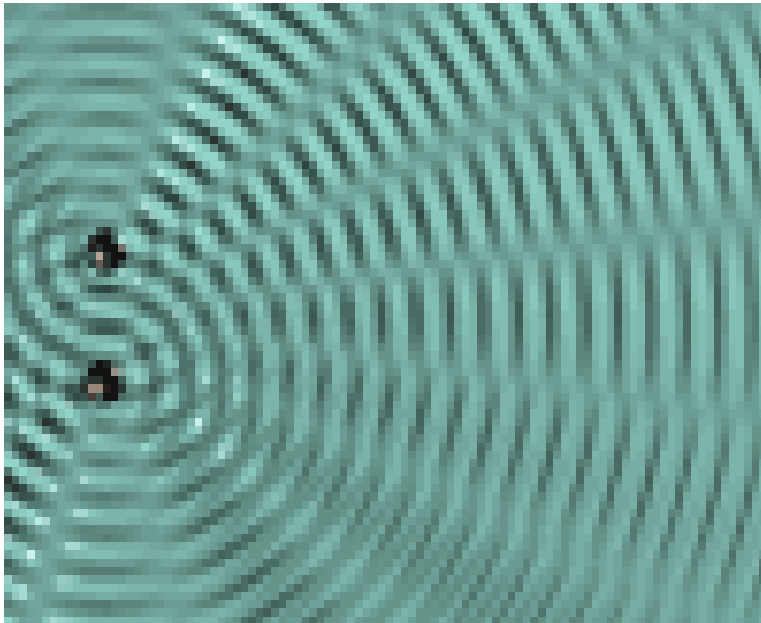
Interferência em duas ou três dimensões

- Um “instantâneo” de ondas senoidais de frequência f e comprimento de onda λ espalhando-se a partir da fonte S_1 em todas as direções:

Frentes de onda: cristas de onda (frequência f) distanciadas de um comprimento de onda λ



As frentes de onda se deslocam a partir da fonte S_1 com a velocidade de onda $v = f\lambda$.



- Os efeitos da interferência podem ser estudados com mais facilidade quando combinamos ondas senoidais com uma única frequência f e comprimento de onda λ .

Interferência em duas ou três dimensões

- **Exemplo 1:** O comprimento de onda da luz amarela de sódio no ar é de 589 nm. (a) Qual é a frequência da luz? (b) Qual é o comprimento de onda da luz em um vidro com um índice de refração de 1,52? (c) Use os resultados dos itens (a) e (b) para calcular a velocidade da luz no vidro.

$$(a) v = \lambda f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{589 \times 10^{-9}} = 5,09 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

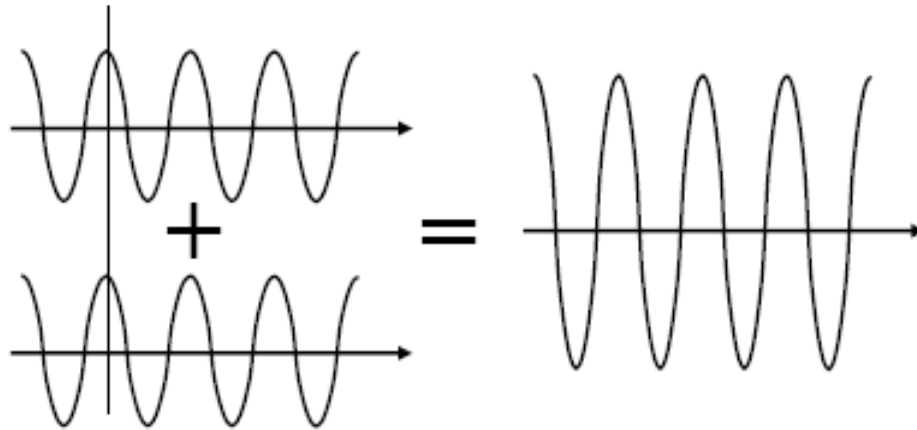
$$(b) \lambda' = \frac{v}{f} = \frac{\frac{c}{n}}{f} = \frac{\lambda}{n} = \frac{589 \text{ nm}}{1,52} = 388 \text{ nm}$$

$$(c) v = \lambda' f = (388 \times 10^{-9})(5,09 \times 10^{14}) = 1,97 \times 10^8 \text{ m/s}$$

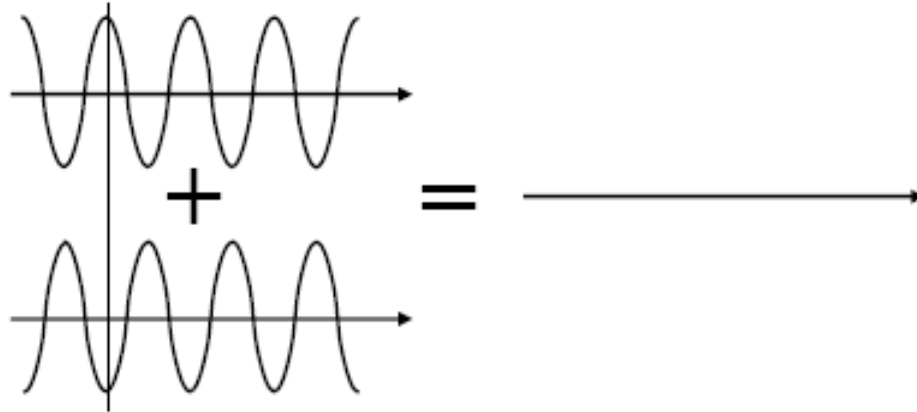
Interferência em duas ou três dimensões

- Em ótica, uma onda senoidal caracteriza uma luz monocromática (luz de uma única cor).
- Embora seja fácil produzir ondas de água ou ondas sonoras com uma única frequência, as fontes de luz comuns não emitem luz monocromática (com uma única frequência).
- Por exemplo, as chamas e as lâmpadas incandescentes emitem uma distribuição contínua de comprimentos de onda.
- A melhor fonte de luz monocromática disponível atualmente é o laser.

Interferências construtiva e destrutiva

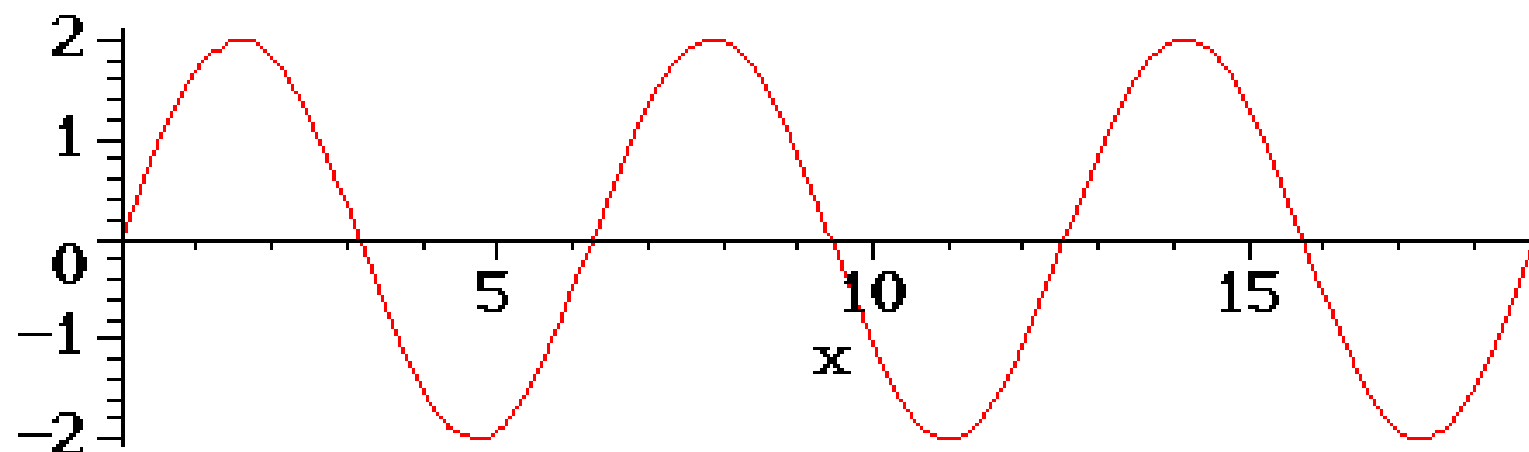
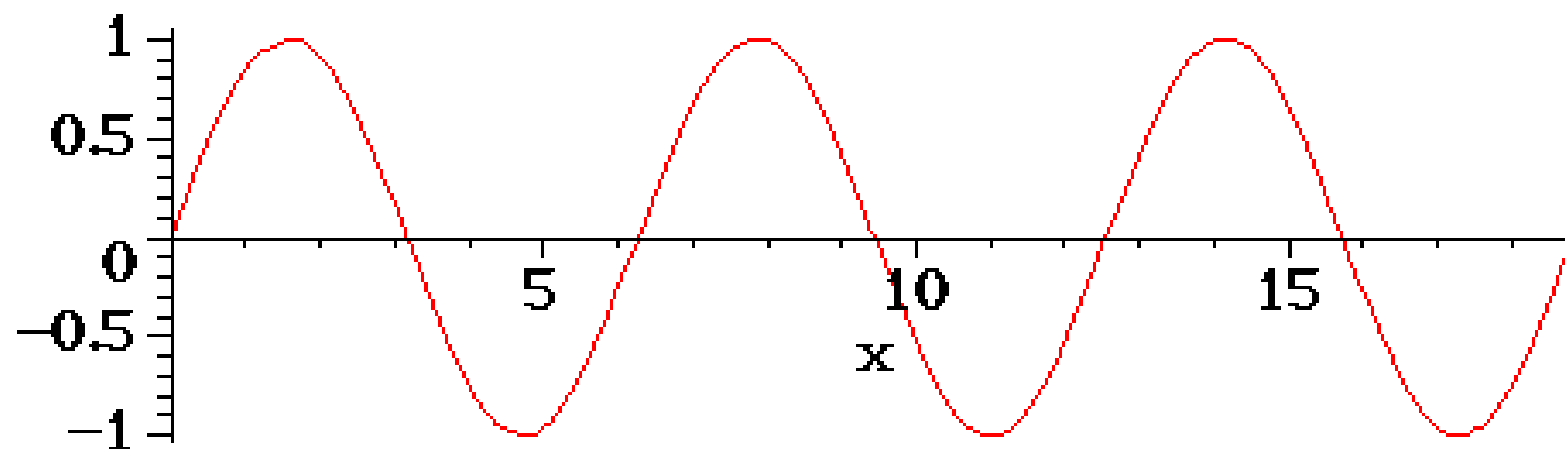


construtiva



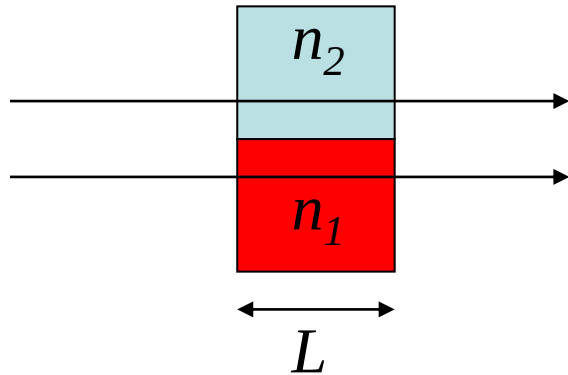
destrutiva

Interferências construtiva e destrutiva



Interferências construtiva e destrutiva

Diferença de caminho óptico



λ = comprimento de onda no vácuo

λ_n = comprimento de onda no meio

V = velocidade da luz no meio

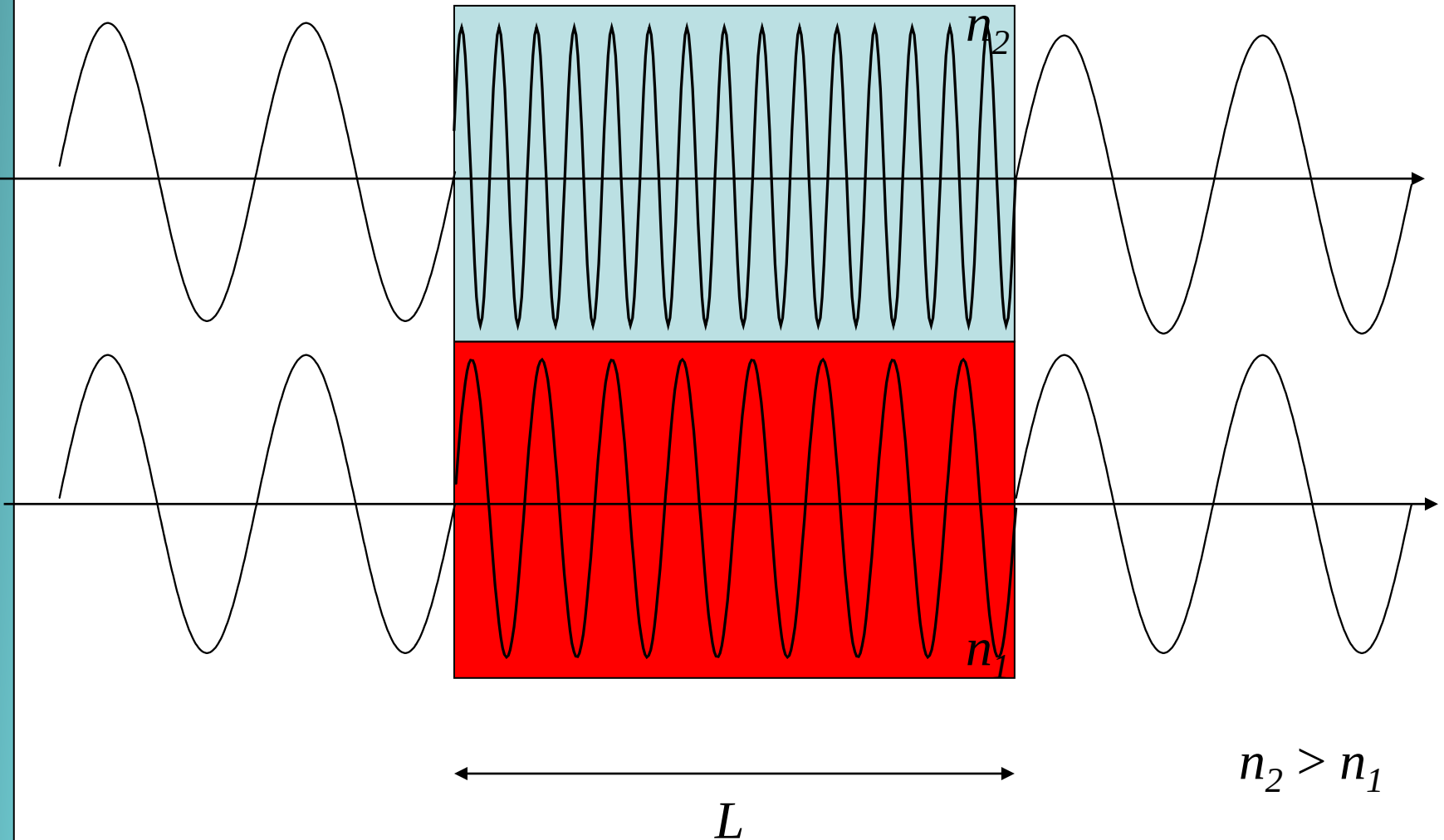
$$\lambda_n = \lambda \frac{v}{c} = \frac{\lambda}{n}$$

$r \rightarrow$ número de λ no meio

$$\left. \begin{array}{l} r_1 = \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda} \\ r_2 = \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda} \end{array} \right\} r_2 - r_1 = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1)$$

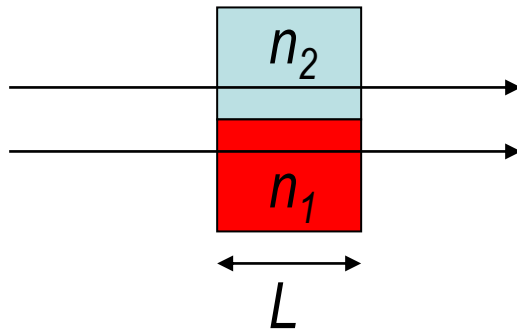
Interferências construtiva e destrutiva

Diferença de caminho óptico



Interferências construtiva e destrutiva

Diferença de caminho óptico



$r \rightarrow$ número de λ no meio

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda} \\ r_2 &= \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda} \end{aligned} \right\} r_2 - r_1 = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1)$$

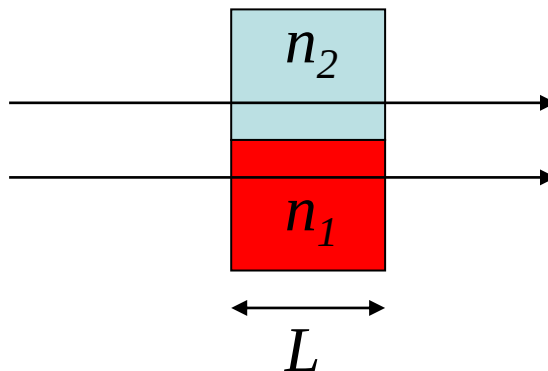
$r_2 - r_1 = \text{semi} - \text{inteiro} \rightarrow$ Destrutiva (π)

$r_2 - r_1 = \text{inteiro} \rightarrow$ Construtiva (2π)

Interferências construtiva e destrutiva

Diferença de caminho óptico

Exemplo 2: As ondas luminosas dos raios da figura abaixo têm o mesmo comprimento de onda e estão inicialmente em fase. (a) Se o material de cima comporta 7,60 comprimentos de onda e o material de baixo comporta 5,50 comprimentos de onda, qual é o material com maior índice de refração? (b) Se os raios luminosos forem levemente convergentes, de modo que as ondas se encontrem em uma tela distante, a interferência produzirá um ponto muito claro, um ponto moderadamente claro, um ponto moderadamente escuro ou um ponto escuro?

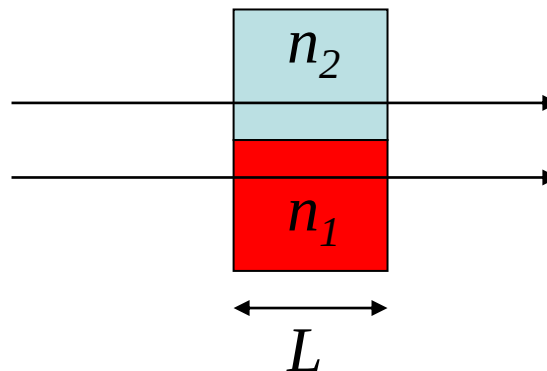


Interferências construtiva e destrutiva

Diferença de caminho óptico

Exemplo 3: Na figura as duas ondas luminosas representadas por raios têm um comprimento de onda $550,0 \text{ nm}$ antes de penetrar nos meios 1 e 2. Elas têm a mesma amplitude e estão em fase. Suponha que o meio 1 seja o próprio ar e que o meio 2 seja um plástico transparente com índice de refração $1,600$ e uma espessura $2,600 \text{ }\mu\text{m}$.

- a) Qual a diferença de fase entre duas ondas emergentes em comprimentos de onda, radianos e graus?
- b) Qual a diferença de fase efetiva em comprimentos de onda?



Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 3

$$L = 2,600 \cdot 10^{-6} \text{ m} \quad n_1 = 1 \quad n_2 = 1,600$$

$$\lambda = 550 \text{ nm} = 5,500 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

a)

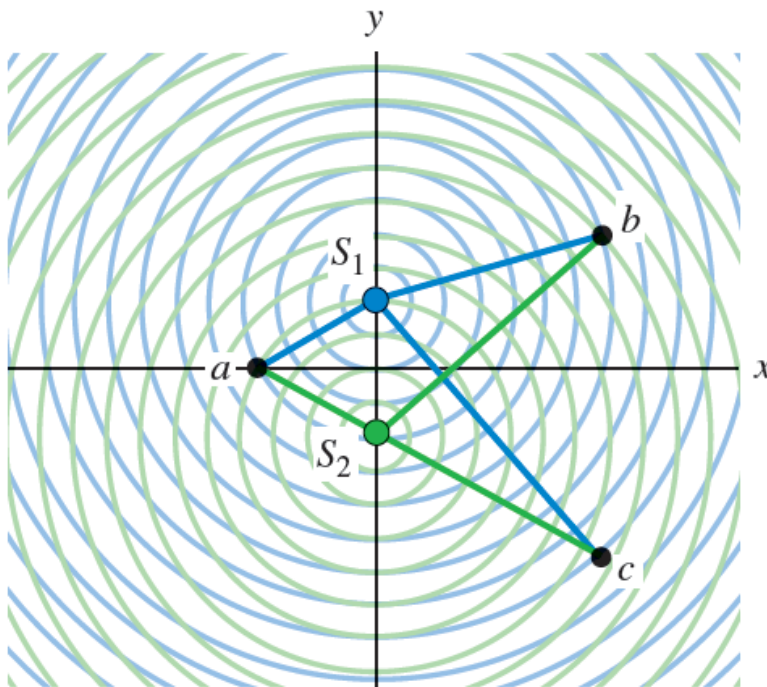
$$r_2 - r_1 = \frac{L}{\lambda} (n_2 - n_1) = \frac{2,600 \cdot 10^{-6}}{5,500 \cdot 10^{-7}} (1,600 - 1,000) = 2,84$$

1 comprimento de onda equivale a $2\pi \text{ rad}$ e 360° , logo a
Diferença de fase = $17,8 \text{ rad} \approx 1020^\circ$.

b) A diferença de fase efetiva = $0,84$ comprimento de onda $\approx 5,3$ rad.

Interferências construtiva e destrutiva

- A Figura mostra duas fontes idênticas de ondas monocromáticas, S_1 e S_2 .
- As duas fontes produzem ondas com a mesma amplitude e o mesmo comprimento de onda λ .
- Além disso, as duas fontes estão permanentemente em fase — elas vibram em sincronia.



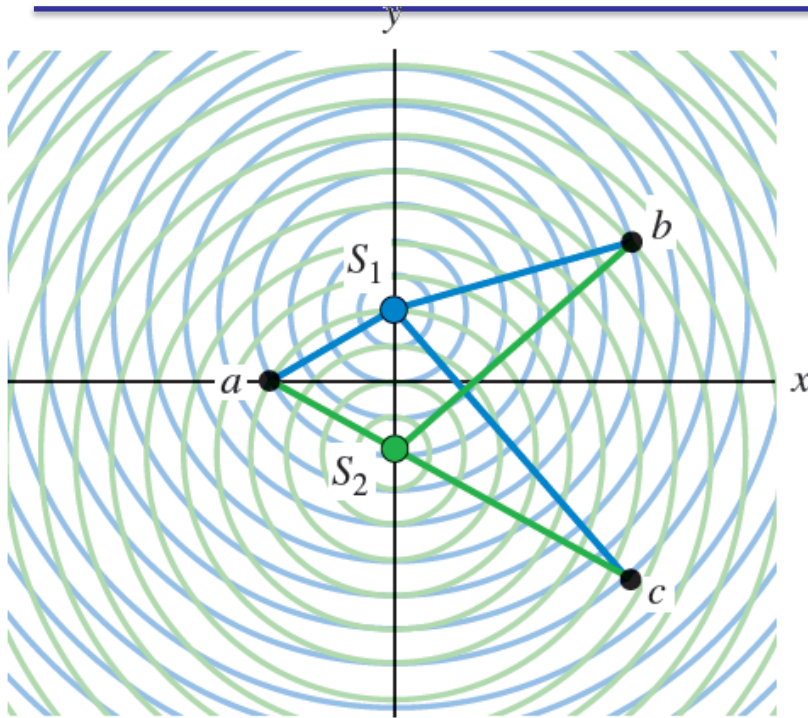
Interferências construtiva e destrutiva

- **Interferência construtiva:** quando ondas provenientes de duas ou mais ondas chegam a um ponto em fase, elas se reforçam mutuamente: a amplitude resultante é a soma das amplitudes das ondas individuais.
- Seja r_1 a distância entre qualquer ponto P e S_1 e seja r_2 a distância entre qualquer ponto P e S_2 . Para que ocorra interferência construtiva no ponto P, a diferença de caminho $r_2 - r_1$ para as duas fontes deve ser um *múltiplo inteiro* do comprimento de onda:

$$r_2 - r_1 = m\lambda \rightarrow (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \rightarrow (m = \text{número inteiro})$$

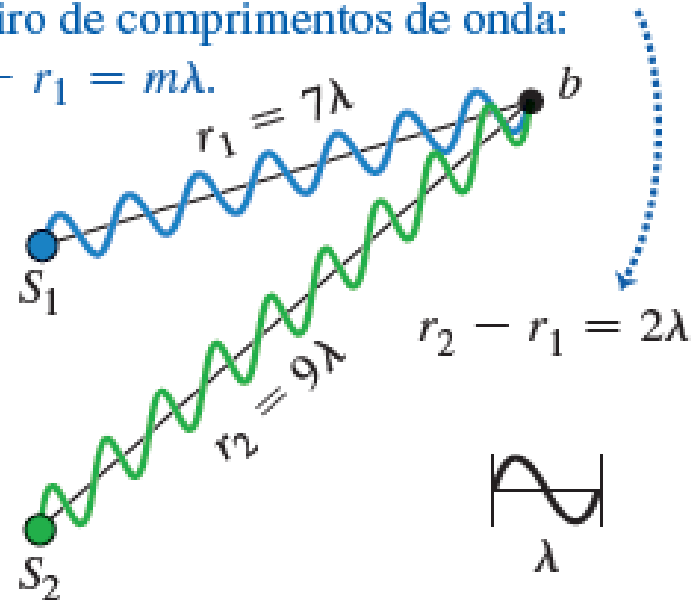
$$r_2 - r_1 = m\frac{\lambda}{2} \rightarrow (m = \text{número par})$$

Interferências construtiva e destrutiva



As ondas interferem construtivamente quando a diferença entre seus caminhos é um número inteiro de comprimentos de onda:

$$r_2 - r_1 = m\lambda.$$



$$r_2 - r_1 = m\lambda \rightarrow (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \rightarrow (m = \text{número inteiro})$$

$$r_2 - r_1 = m\frac{\lambda}{2} \rightarrow (m = \text{número par})$$

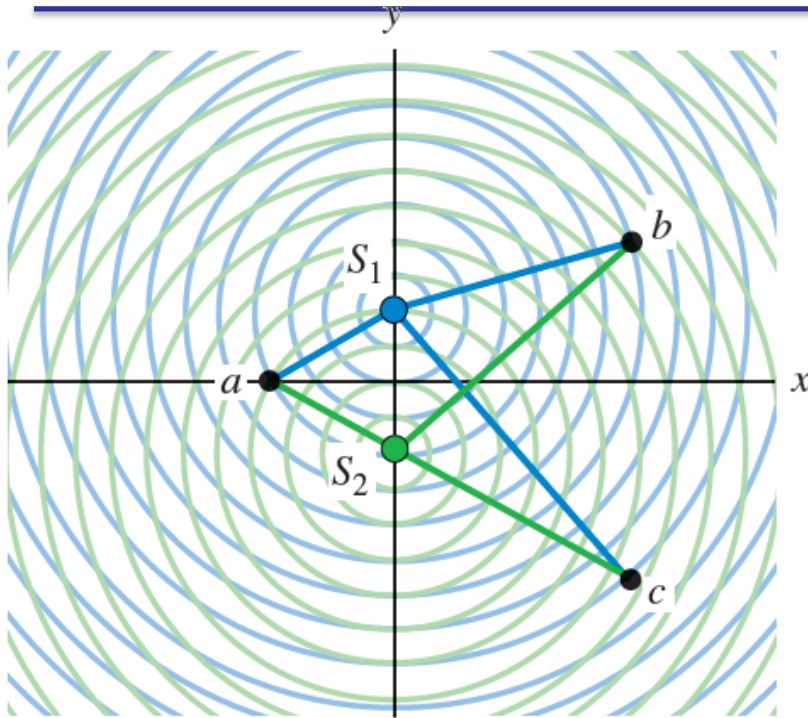
Interferências construtiva e destrutiva

- **Interferência destrutiva:** quando ondas provenientes de duas ou mais ondas chegam a um ponto em oposição de fase. Uma crista de onda chega a um ponto ao mesmo tempo que uma crista invertida (ou seja, um “vale”) da outra onda.
- A amplitude resultante é a diferença das amplitudes das duas ondas individuais. Se as amplitudes das ondas individuais são iguais, então a amplitude resultante é igual a zero!
- Seja r_1 a distância entre qualquer ponto P e S_1 e seja r_2 a distância entre qualquer ponto P e S_2 . Para que ocorra interferência destrutiva no ponto P, a diferença de caminho $r_2 - r_1$ vai ser dada por:

$$r_2 - r_1 = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \rightarrow (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \rightarrow$$

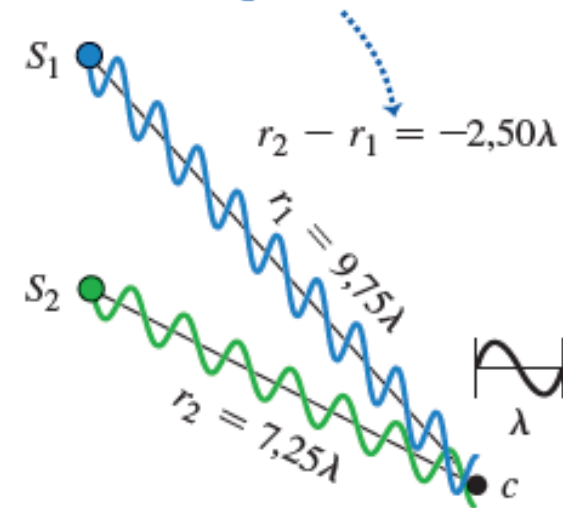
(m = número inteiro)

Interferências construtiva e destrutiva



As ondas interferem destrutivamente quando a diferença entre seus caminhos é um número semi-inteiro de comprimentos de onda:

$$r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda.$$



$$r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda \rightarrow (m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots) \rightarrow$$

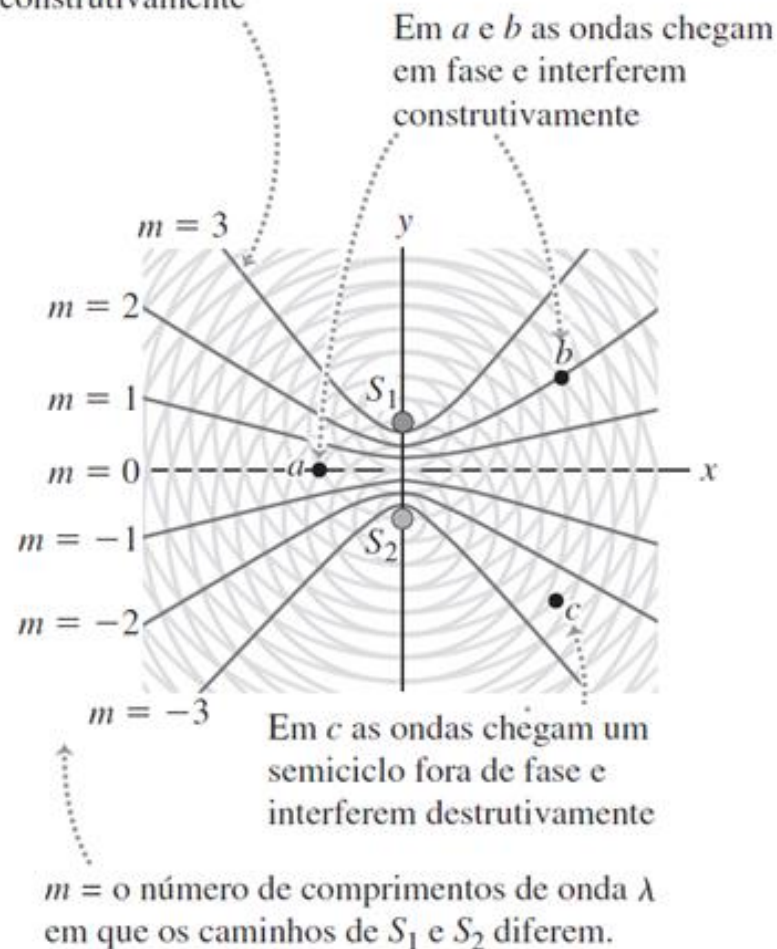
$(m = \text{número inteiro})$

$$r_2 - r_1 = m \frac{\lambda}{2} \rightarrow (m = \text{número ímpar})$$

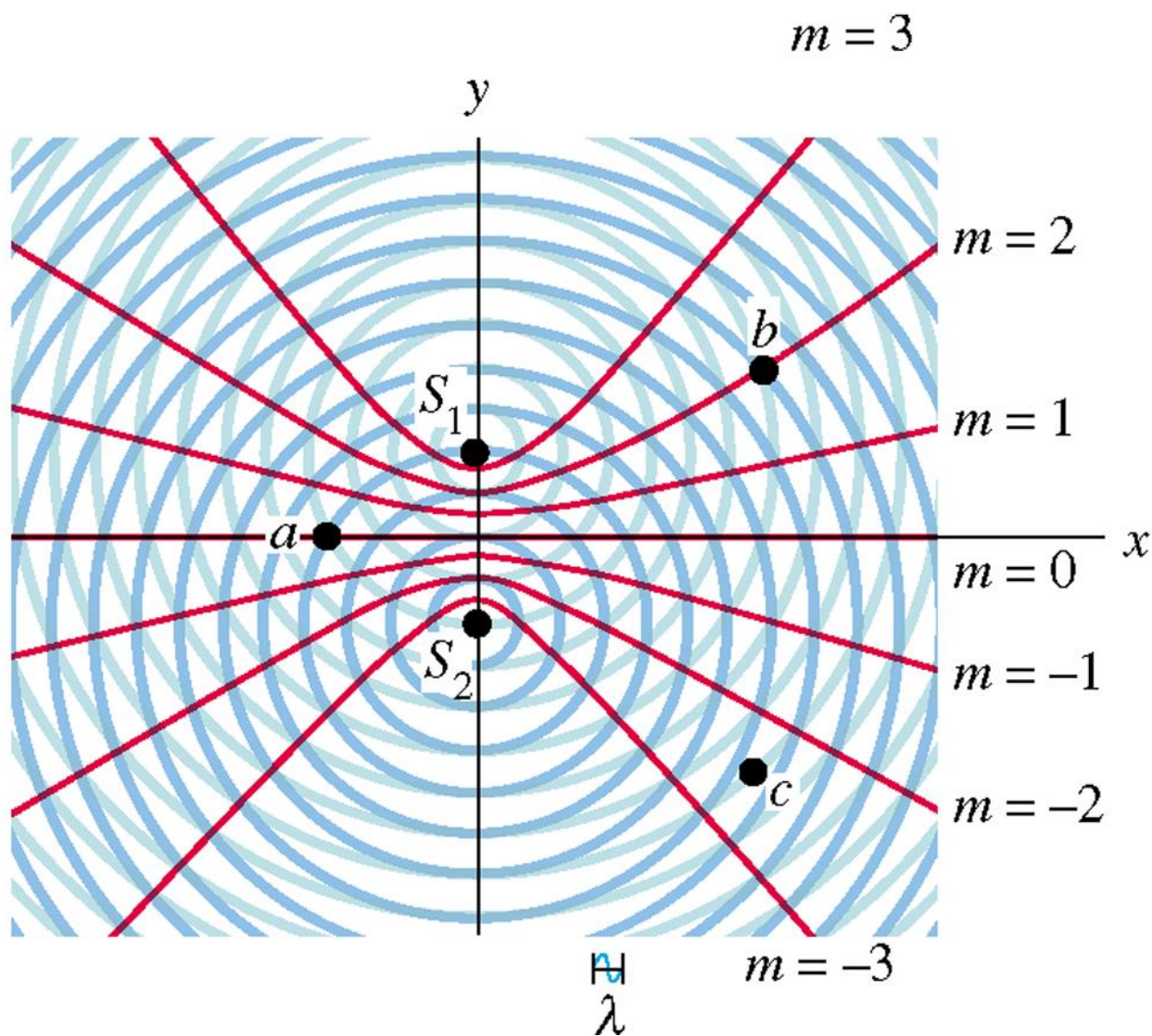
Interferências construtiva e destrutiva

- As curvas que cortam as circunferências concêntricas indicam curvas que ligam os pontos onde ocorrem *interferências construtivas*.
- Em cada uma dessas curvas, a diferença de caminho $r_2 - r_1$ é igual a um inteiro m vezes o comprimento de onda.
- Essas curvas são chamadas de curvas *antinodais*.
- As curvas *nodais* (não mostradas na figura) correspondem aos pontos nos quais ocorre *interferência destrutiva*.

Curvas antinodais (cortando as circunferências concêntricas) marcam posições em que as ondas vindas de S_1 e S_2 interferem construtivamente



Interferências construtiva e destrutiva



Interferências construtiva e destrutiva

- Para que as equações $r_2 - r_1 = m\lambda$ e $r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda$ sejam válidas, as duas fontes devem ter o mesmo comprimento de onda e sempre devem estar em fase.
- ***Se as fontes com mesmo comprimento de onda estiverem em oposição de fase, as equações se invertem:***

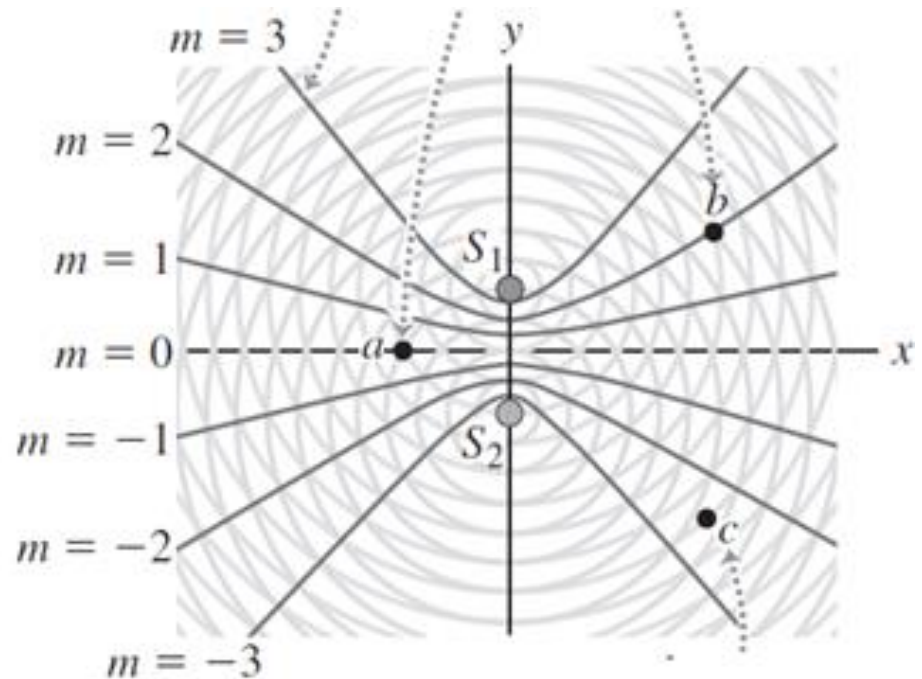
$$r_2 - r_1 = m\lambda \rightarrow \text{Interferência destrutiva}$$

$$r_2 - r_1 = (m + \frac{1}{2})\lambda \rightarrow \text{Interferência construtiva}$$

Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 4: Considere um ponto sobre o eixo Oy positivo acima de S_1 . Esse ponto está:

- i. numa curva antinodal;
- ii. numa curva nodal;
- iii. Nenhuma das anteriores.

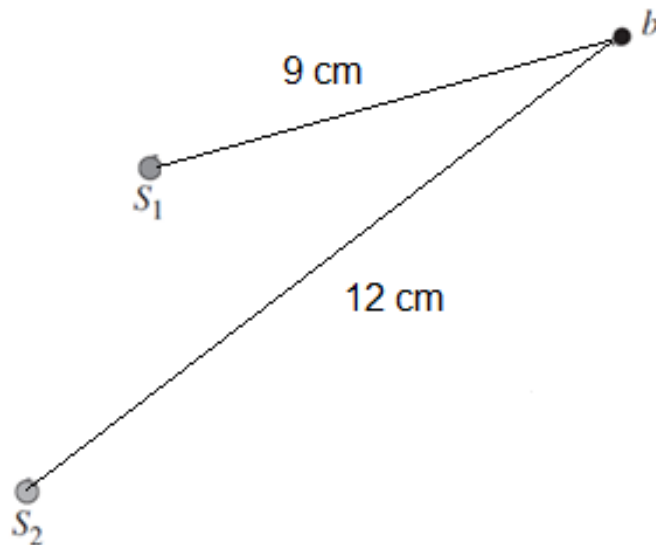


Em qualquer ponto P situado sobre o eixo Oy positivo acima de S_1 a distância r_2 de S_2 a P é 4λ maior que a distância de r_1 de S_1 a P . Isso corresponde a m par, o que corresponde a interferência construtiva

Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 5: Duas fontes S_1 e S_2 , separadas de certa distância e operando em fase, produzem ondas com comprimento constante de 2,0 cm. Um ponto b , na superfície da água, dista 9,0 cm de S_1 e 12 cm de S_2 .

- a) Quantos comprimentos de onda existem entre b e S_1 e, b e S_2 ?
- b) No ponto b , a superposição das ondas produzidas por S_1 e S_2 , resulta numa interferência construtiva ou destrutiva? Justifique sua resposta.



Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 6: Duas antenas de radio A e B irradiam em fase. A antena B está a 120 m à direita da antena A. Considere um ponto Q ao longo da extensão da linha reta que une as duas antenas, situado a uma distância de 40 m à direita da antena B. A frequência e, portanto, o comprimento de onda emitidas pode variar.

a) Qual o maior comprimento de onda para o qual pode existir interferência destrutiva no ponto Q? $\lambda = 240 \text{ m}$

b) Qual é o maior comprimento de onda para o qual pode haver interferência construtiva no ponto Q? $\lambda = 120 \text{ m}$

Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 7: Duas fontes de luz podem ser ajustadas para emitir luz monocromática com qualquer comprimento de onda na região visível. As duas fontes são coerentes, separadas por uma distância de $2,04 \mu\text{m}$ e estão alinhadas com um observador, de modo que a distancia entre uma das fontes e o observador é $2,04 \mu\text{m}$ maior do que a distância entre a outra fonte e o observador.

a) Para qual comprimento de onda na região visível (de 400 até 700 nm) o observador verá a luz mais forte, oriunda da interferência construtiva?

Interferências construtiva e destrutiva

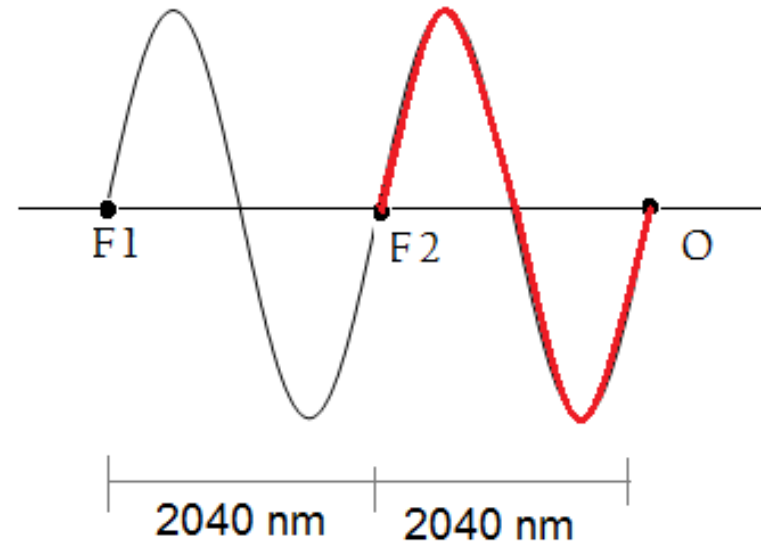
Exemplo 7

a) Interferência construtiva

$$r_1 = 4080 \text{ nm}$$

$$r_2 = 2040 \text{ nm}$$

$$d = r_1 - r_2 = 2040 \text{ nm}$$



$$d = m\lambda_m \rightarrow \lambda_m = \frac{d}{m} \rightarrow \lambda_3 = \frac{2040 \text{ nm}}{3} = 680 \text{ nm},$$

$$\lambda_4 = \frac{2040 \text{ nm}}{4} = 510 \text{ nm}, \quad \lambda_5 = \frac{2040 \text{ nm}}{5} = 408 \text{ nm}$$

Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 7

b) Em que comprimento de onda visíveis haverá interferência destrutiva no local onde o observador se encontra?

$$r_1 = 4080 \text{ nm}$$

$$r_2 = 2040 \text{ nm}$$

$$d = r_1 - r_2 = 2040 \text{ nm}$$

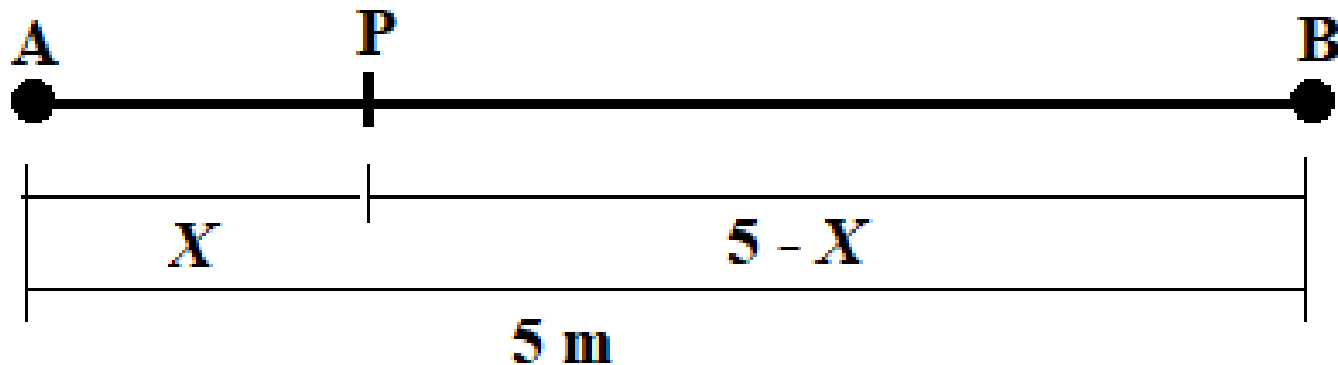
$$d = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \rightarrow \lambda_m = \frac{d}{m + \frac{1}{2}} = \frac{2040 \text{ nm}}{m + \frac{1}{2}}$$

$$\lambda_3 = 583 \text{ nm}$$

$$\lambda_4 = 453 \text{ nm}$$

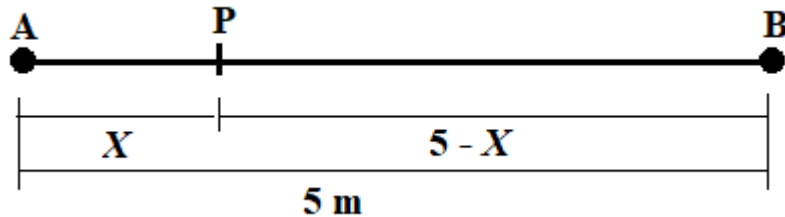
Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 8: Duas fontes coerentes de ondas de rádio, A e B, estão a 5 m de distância uma da outra. Cada fonte emite ondas com um comprimento de onda igual a 6 m. Considere os pontos ao longo da linha que reta entre as duas fontes. A que distância de A, se houver alguma interferência é (a) construtiva e (b) destrutiva.



Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 8



$$r_A = x$$

$$r_B = 5 - x$$

$$d = r_A - r_B = 2x - 5$$

a) Interferência construtiva

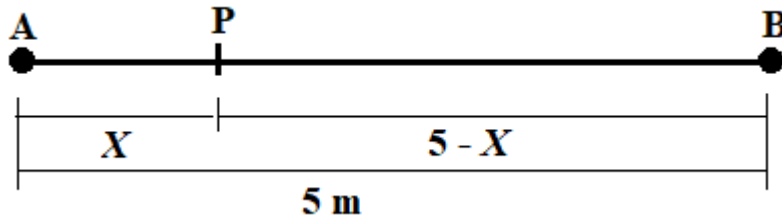
$$m = 0 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = 0 \cdot 6 \rightarrow x = 2,5 \text{ m}$$

$$m = 1 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = 1 \cdot 6 \rightarrow x = 5,5 \text{ m}$$

Resposta: 2,5m, pois 5,5m é maior que a distância entre as fontes.

Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 8



$$r_A = x$$

$$r_B = 5 - x$$

$$d = r_A - r_B = 2x - 5$$

b) Interferência destrutiva

$$m = 0 \rightarrow d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = \frac{1}{2} \cdot 6 \rightarrow x = 4 \text{ m}$$

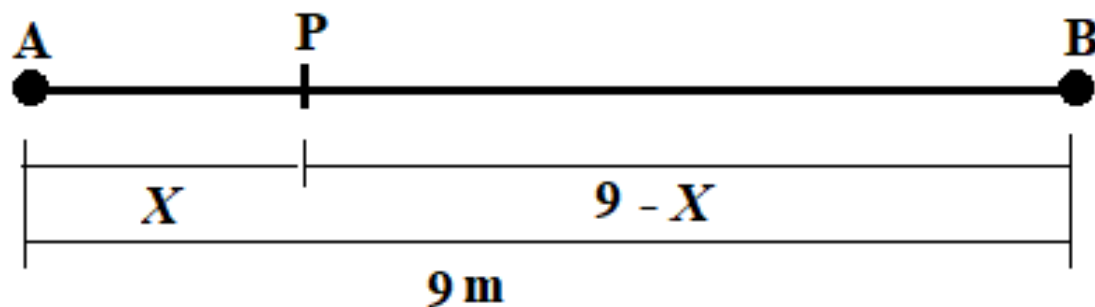
$$m = +1 \rightarrow d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot 6 \rightarrow x = 7 \text{ m}$$

$$m = -1 \rightarrow d = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda_m \rightarrow 2x - 5 = \left(-1 + \frac{1}{2}\right) \cdot 6 \rightarrow x = 1 \text{ m}$$

Resposta: 1m e 4m.

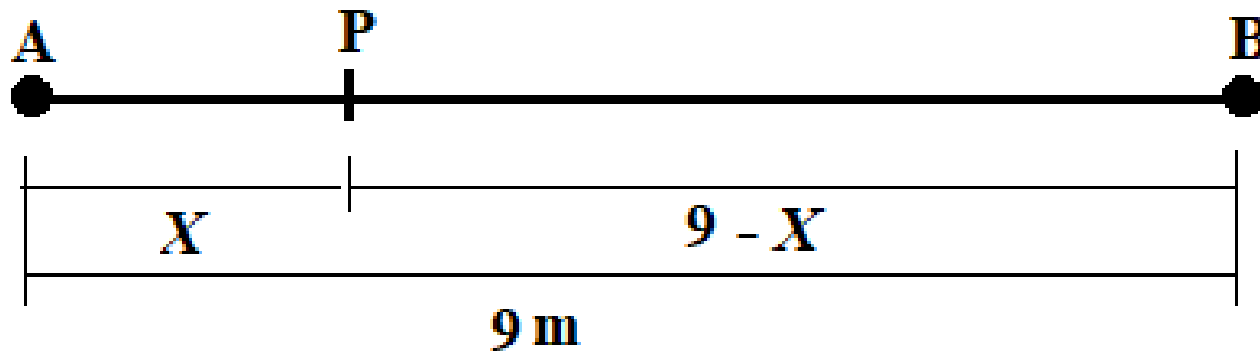
Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 9: Uma estação de rádio possui duas antenas idênticas que irradiam em fase ondas com frequência 120 MHz. A antena B está a 9,0 m à direita da antena A. Considere um ponto P entre as duas antenas, situado a uma distância x à direita da antena A. Para que valores de x ocorrerá interferência construtiva no ponto P? 0,75 m, 2 m, 3,25m, 4,5 m, 5,75 m, 7,00m e 8,25 m



Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 9



$$r_A = X$$

$$r_B = 9 - X$$

$$d = r_A - r_B = 2X - 9$$

$$v = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{120 \cdot 10^6} = 2,5\text{m}$$

Interferências construtiva e destrutiva

Exemplo 9

Interferência construtiva

$$m = 0 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = 0 \cdot 2,5 \rightarrow x = 4,5 \text{ m}$$

$$m = 1 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = 1 \cdot 2,5 \rightarrow x = 5,75 \text{ m}$$

$$m = -1 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = (-1) \cdot 2,5 \rightarrow x = 3,25 \text{ m}$$

$$m = 2 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = 2 \cdot 2,5 \rightarrow x = 7,00 \text{ m}$$

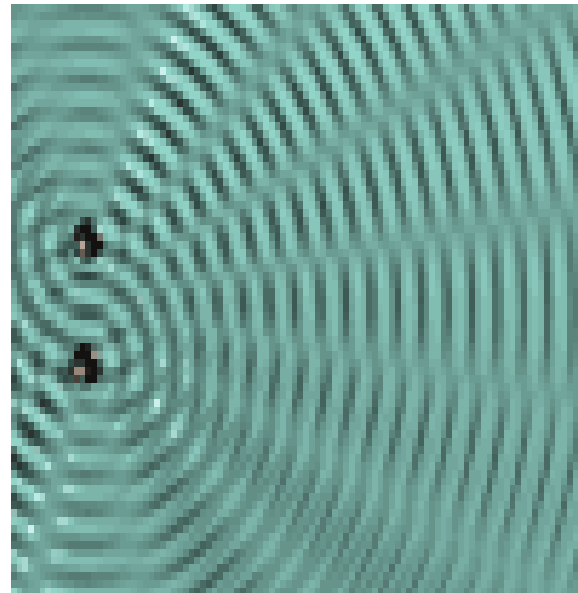
$$m = -2 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = (-2) \cdot 2,5 \rightarrow x = 2,00 \text{ m}$$

$$m = 3 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = 3 \cdot 2,5 \rightarrow x = 8,25 \text{ m}$$

$$m = -3 \rightarrow d = m\lambda_m \rightarrow 2x - 9 = (-3) \cdot 2,5 \rightarrow x = 0,75 \text{ m}$$

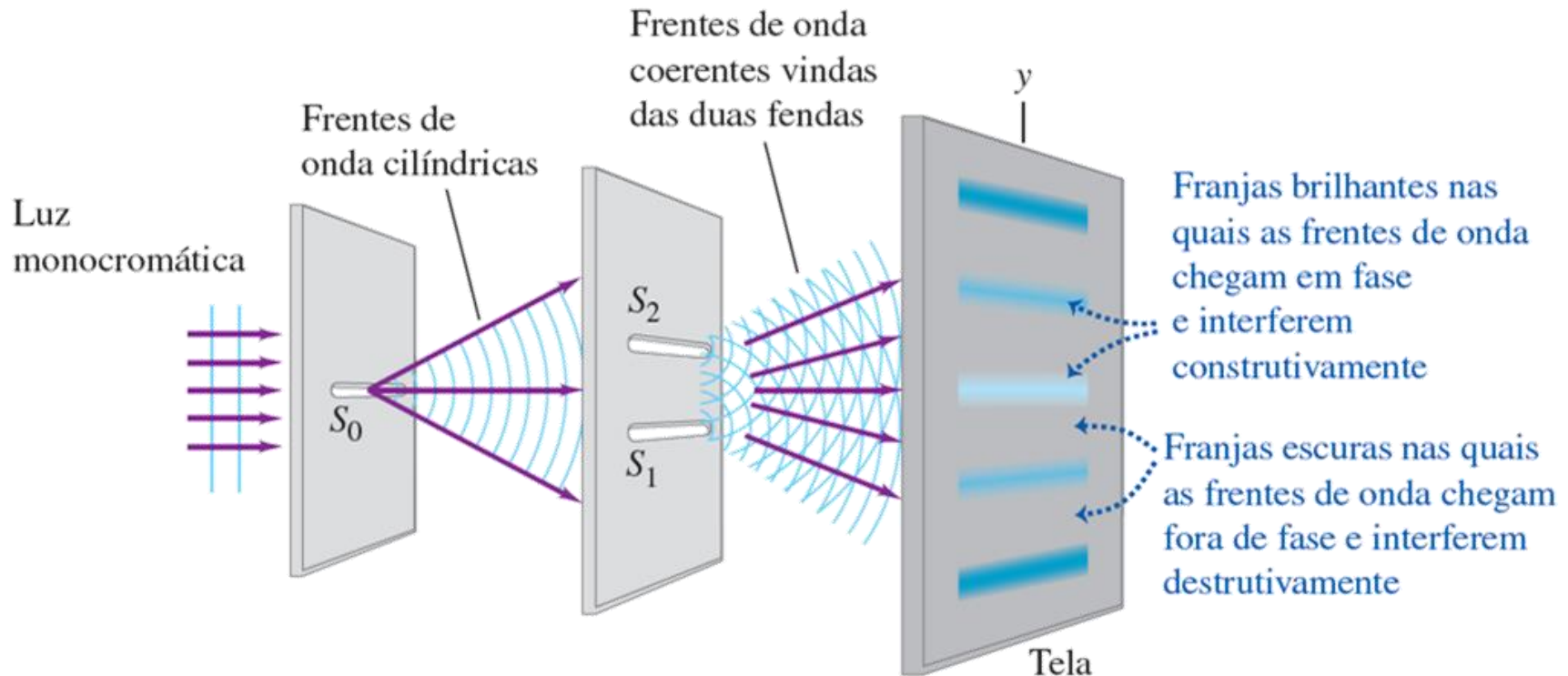
Interferência da luz produzida por duas fontes

- A imagem de interferência produzida por duas fontes coerentes de ondas de água com o mesmo comprimento de onda pode ser facilmente observada em um tanque de ondas com uma camada de água rasa .
- Entretanto, essa imagem não é facilmente visível quando a interferência ocorre entre duas fontes luminosas, pois, quando a luz se propaga em um meio uniforme, a figura não pode ser vista.



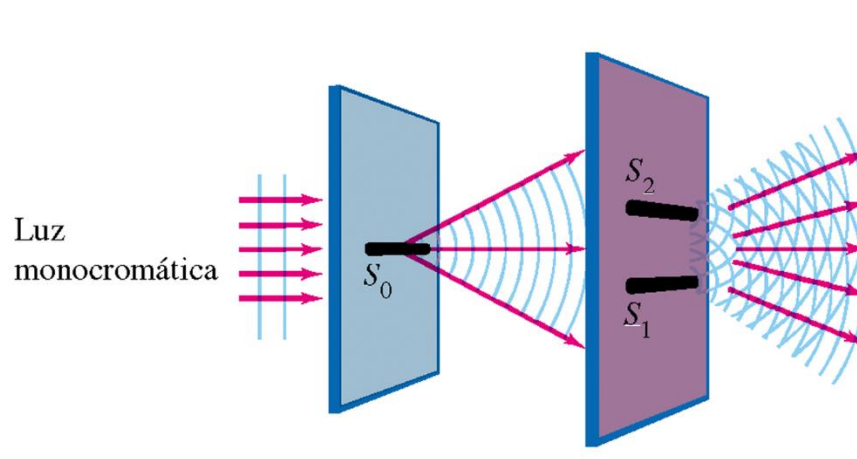
Interferência da luz produzida por duas fontes

- *Experiência de Young* para mostrar a interferência da luz que passa através de duas fendas (realizada em 1800 pelo cientista inglês Thomas Young):



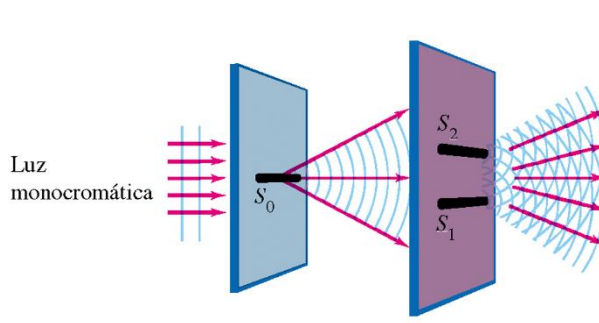
Interferência da luz produzida por duas fontes

- Uma fonte de luz emite luz monocromática; contudo, essa luz não é apropriada para uma experiência de interferência, porque as emissões a partir de diferentes partes de uma fonte comum não são sincronizadas.
- Para solucionar esse problema, a luz é direcionada para um anteparo com uma fenda muito estreita S_0 , com uma largura da ordem de 1 mm.



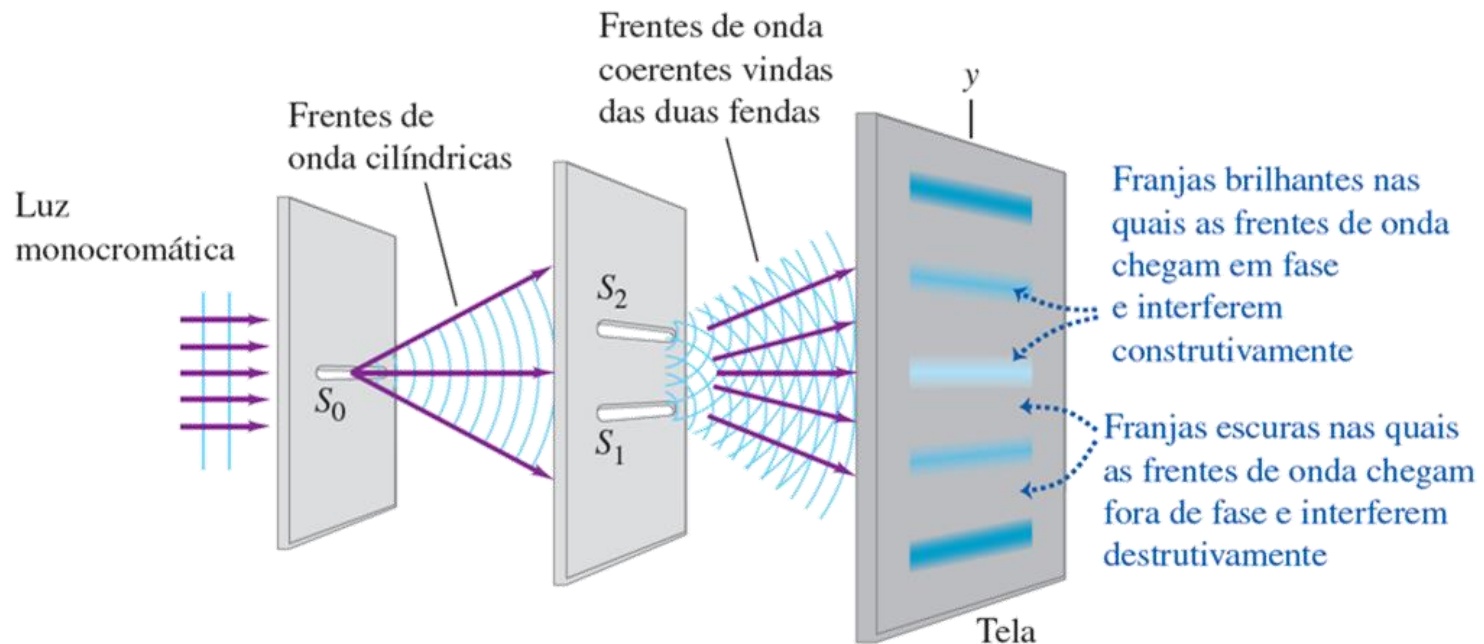
Interferência da luz produzida por duas fontes

- A luz que emerge da fenda se origina de apenas uma pequena região da fonte; portanto, a fenda S_0 se comporta quase como se fosse fonte ideal.
- A luz proveniente da fenda S_0 incide sobre um anteparo com outras duas fendas muito estreitas S_1 e S_2 , cada uma com larguras da ordem de $1\ \mu\text{m}$ e separadas por uma distância aproximadamente igual a dezenas ou centenas de μm .
- Frentes de onda cilíndricas emanam da fenda S_0 e incidem em fase sobre as fendas S_1 e S_2 porque elas percorrem a mesma distância partindo de S_0 .

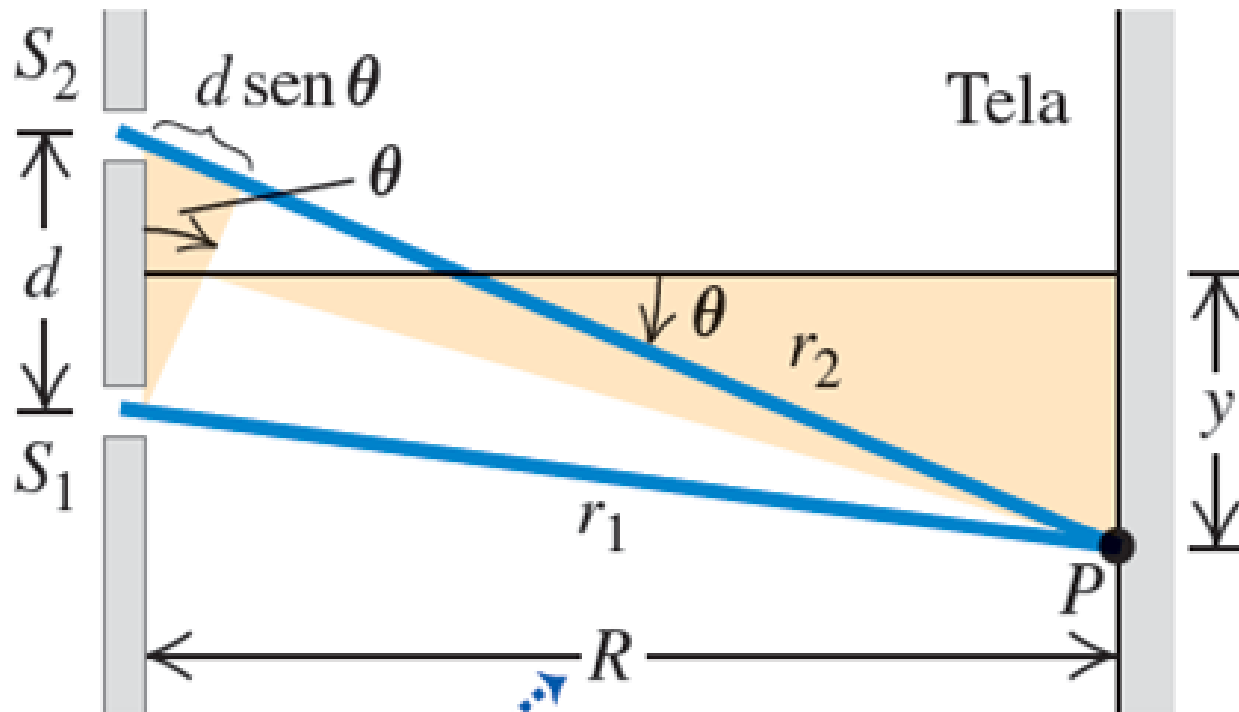


Interferência da luz produzida por duas fontes

- Para visualizar a figura de interferência, coloca-se uma tela de modo que as ondas provenientes de S_1 e S_2 incidam sobre.
- A tela será mais fortemente iluminada no ponto P, no qual as ondas luminosas provenientes das fendas interferem construtivamente, e será mais escura nos pontos onde a interferência é destrutiva.



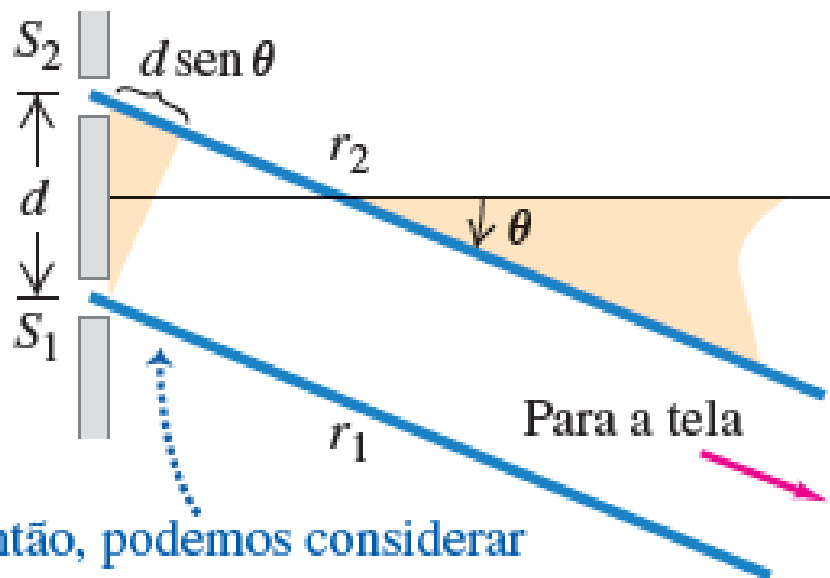
Interferência da luz produzida por duas fontes



Em situações reais, a distância R até a tela costuma ser muito maior que a distância d entre as fendas...

Interferência da luz produzida por duas fontes

- Para simplificar a análise da experiência de Young, consideramos a distância R entre o plano das fendas e a tela muito maior que a distância d entre as fendas, de modo que as linhas que ligam S_1 e S_2 com o ponto P são aproximadamente paralelas, como indica a Figura.

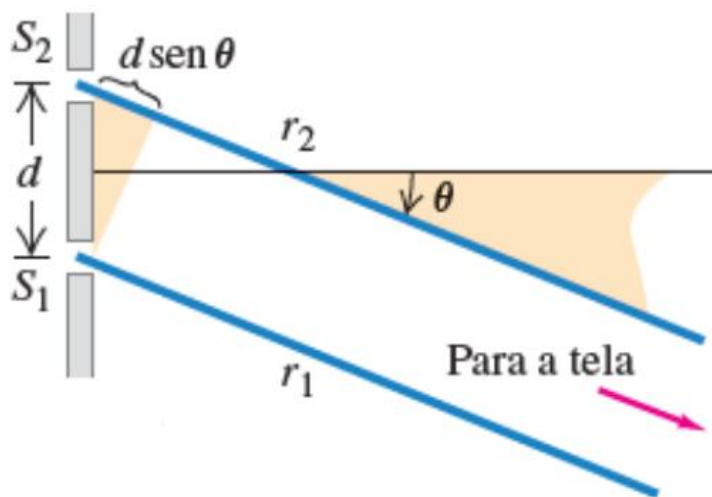


... então, podemos considerar os raios paralelos, o que implica que a diferença entre os caminhos é simplesmente $r_2 - r_1 = d \sin \theta$.

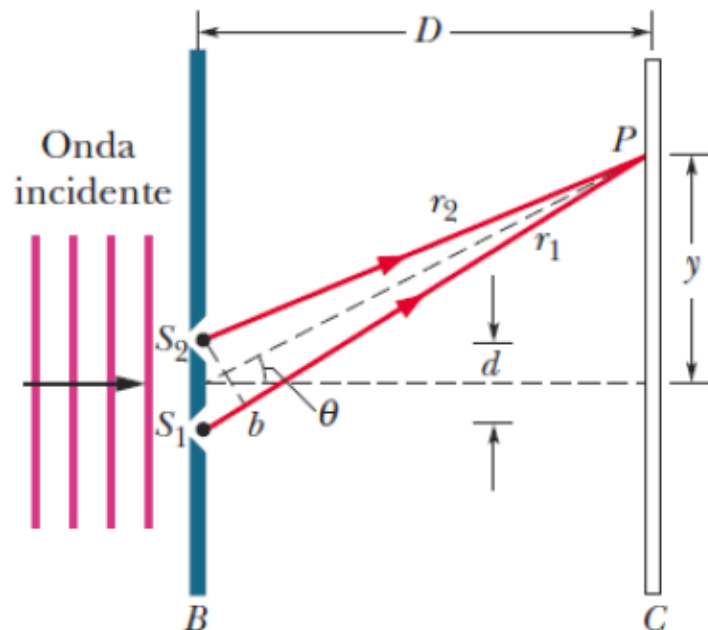
Interferência da luz produzida por duas fontes

- Isso costuma ser verdade no caso de experiências feitas com a luz; a distância típica entre as fendas é da ordem de alguns milímetros, ao passo que a distância entre a tela e as fendas costuma ser da ordem de um metro.
- Portanto, a diferença de caminho é dada por: $r_2 - r_1 = d \sin \theta$

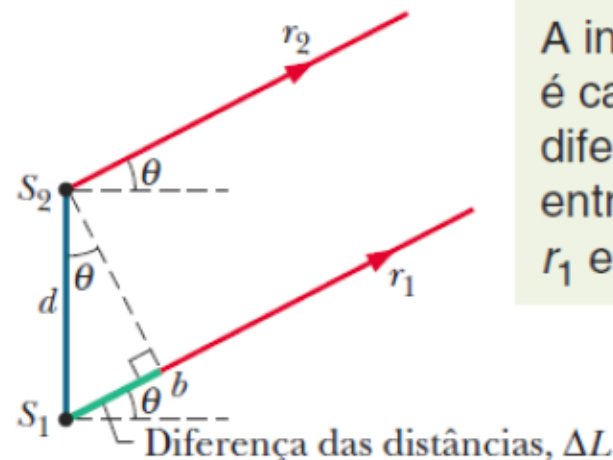
onde θ é o ângulo entre uma das retas traçadas a partir de uma das fendas grossa inclinada e a direção da normal ao plano das fendas.



Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas



Intensidade $\propto \Delta L$



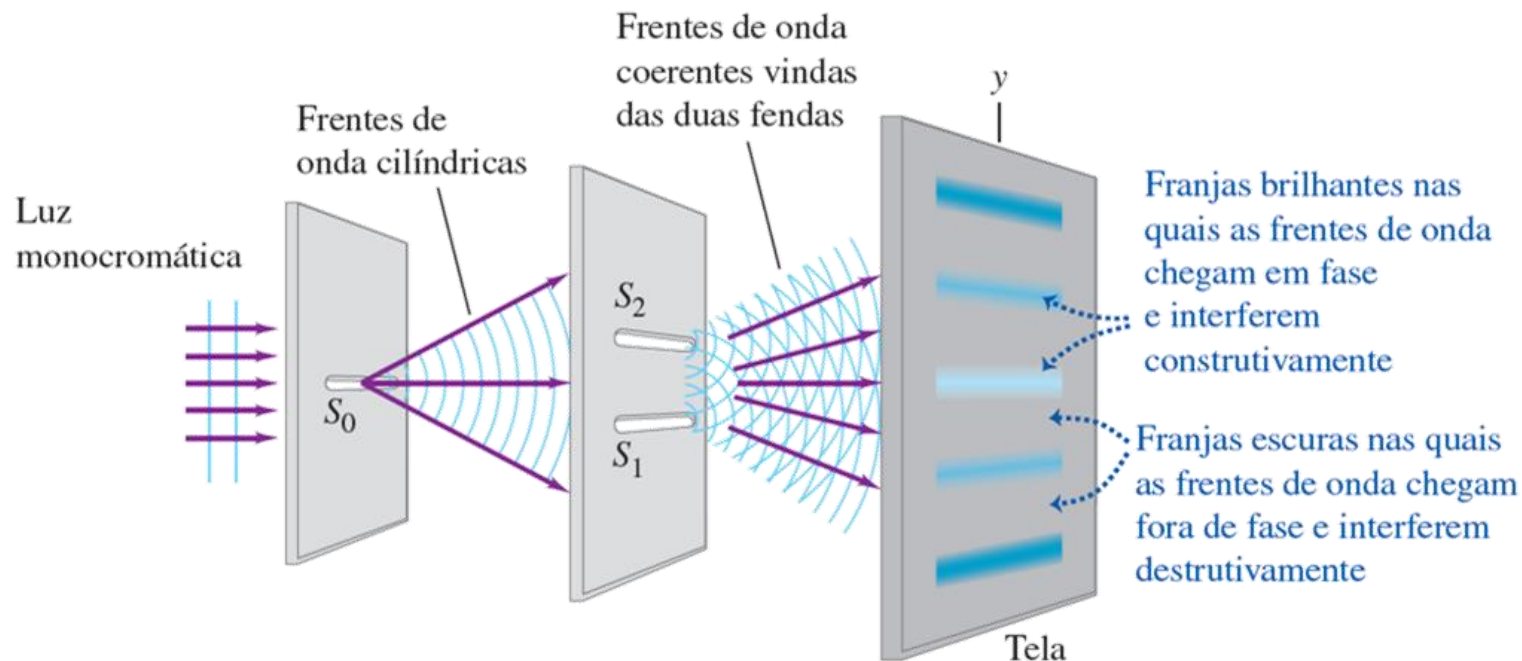
A interferência é causada pela diferença ΔL entre r_1 e r_2 .

$$r_2 - r_1 = \Delta L = d \sin \theta$$

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad \text{(franjas claras)}$$

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots) \quad \text{(franjas escuras)}$$

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas



Interferência construtiva, fenda dupla:

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

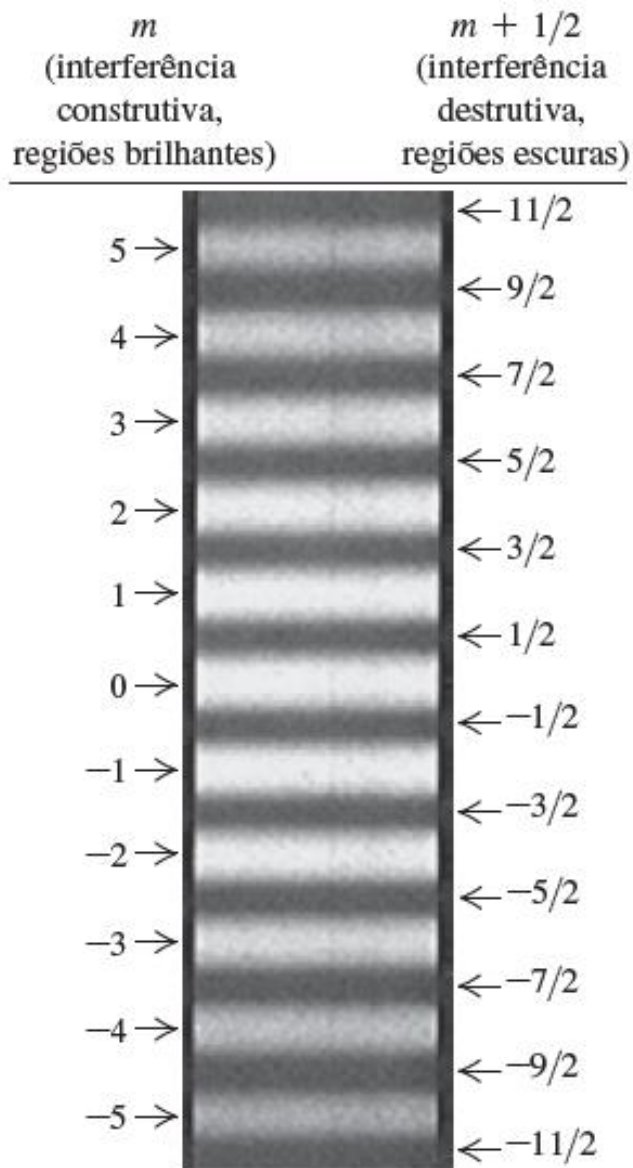
Ângulo da linha das fendas até a região brilhante de ordem m na tela

Interferência destrutiva, fenda dupla:

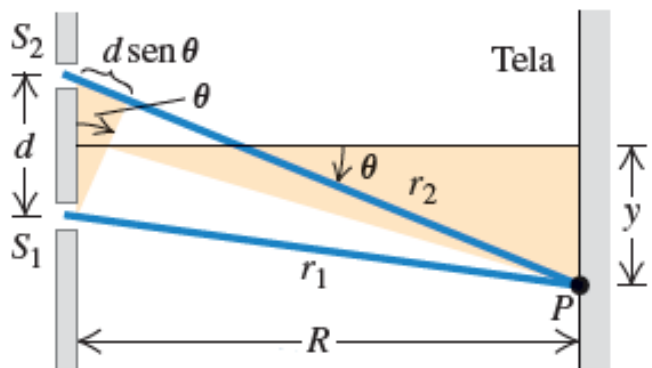
$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Ângulo da linha das fendas até a região escura de ordem m na tela

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas



Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas



Em primeiro lugar, escolhemos um máximo com um valor pequeno de m para termos certeza de que está nas proximidades do centro. A distância vertical y_m entre um máximo está relacionada ao ângulo θ correspondente ao mesmo ponto através da equação:

$$\tan \theta \approx \theta = \frac{y_m}{R}$$

$$d \sin \theta = m\lambda \rightarrow \tan \theta \cong \sin \theta \approx \theta = \frac{m\lambda}{d}$$

$$\theta = \frac{y_m}{R} = \frac{m\lambda}{d} \rightarrow y_m = \frac{m\lambda}{d} R$$

Analogamente, para os mínimos mais centrais:

$$y_m = \frac{(m + \frac{1}{2})\lambda}{d} R$$

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

$$y_m = \frac{m\lambda}{d} R$$

Para o máximo $m + 1$

$$y_{m+1} = \frac{(m + 1)\lambda}{d} R$$

Para obter a distância entre dois máximos vizinhos

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda}{d} R - \frac{m\lambda}{d} R = \frac{\lambda}{d} R$$

$$\Delta y = \frac{\lambda}{d} R$$

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

- Válidas para qualquer ângulos

$$d \sin \theta = m \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2} \right) \lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots)$$

- Válidas para ângulos pequenos

$$y_m = \frac{m \lambda}{d} R$$

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

**Interferência
construtiva,
fenda dupla:**

Distância entre fendas Comprimento de onda

$$d \sin \theta = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Ângulo da linha das fendas até a região brilhante de ordem m na tela

**Interferência
destrutiva,
fenda dupla:**

Distância entre fendas Comprimento de onda

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Ângulo da linha das fendas até a região escura de ordem m na tela

**Interferência
construtiva na
experiência de
Young (somente
ângulos pequenos):**

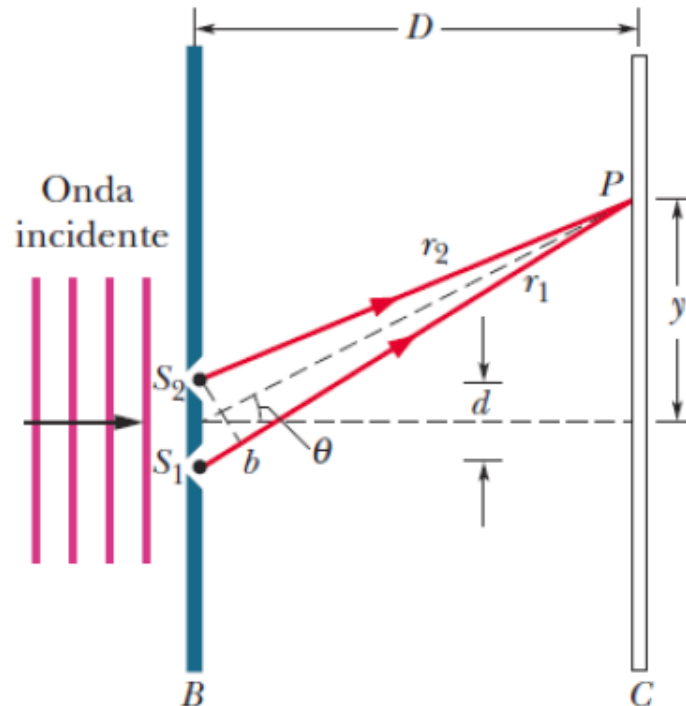
Posição da franja
brilhante de ordem m Comprimento de onda

$$y_m = R \frac{m\lambda}{d} \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

Distância das fendas à tela Distância entre as fendas

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 10: Realiza-se a experiência de Young, no vácuo, com um dispositivo em que os anteparos estão separados por 4,0 m e as fendas por 2,0 mm. A distância entre cada duas faixas claras consecutivas é 1,6 mm. Determine: (a) o comprimento de onda da luz monocromática utilizada: (b) a frequência da luz.



Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 10

(a) o comprimento de onda da luz monocromática utilizada

$$y = 1,6 \text{ mm}$$

$$d = 2,0 \text{ mm}$$

$$R = 4,0 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

$$m = 1$$

$$y = \frac{m\lambda}{d} R \quad \lambda = \frac{yd}{mR}$$

$$\lambda = \frac{1,6 \times 2}{1 \times 4 \times 10^3} = 8 \times 10^{-4} \text{ mm} = 8 \times 10^{-7} \text{ m}$$

(b) a frequência da luz.

$$v = \lambda f \rightarrow f = \frac{v}{\lambda} = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{8 \times 10^{-7}} = 3,75 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 11: Em um experimento de Young, a distância entre as fendas é de 100 vezes o valor do comprimento de onda da luz usada para iluminá-las.

- (a) Qual é a separação angular em radianos entre o máximo de interferência central e o máximo mais próximo?
- (b) Qual é a distância entre estes máximos se a tela de observação estiver a 50,0 cm de distância das fendas?

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 11

a) O máximo adjacente central ao máximo central é o que corresponde a $m = 1$ de modo que

$$d \sin \theta_1 = m\lambda \rightarrow \sin \theta_1 = \frac{m\lambda}{d}$$

$$\sin \theta_1 = \frac{m\lambda}{d} = \frac{1\lambda}{100\lambda} \rightarrow \sin \theta_1 = 0,01 \rightarrow \theta_1 = 0,01 \text{ rad}$$

b)

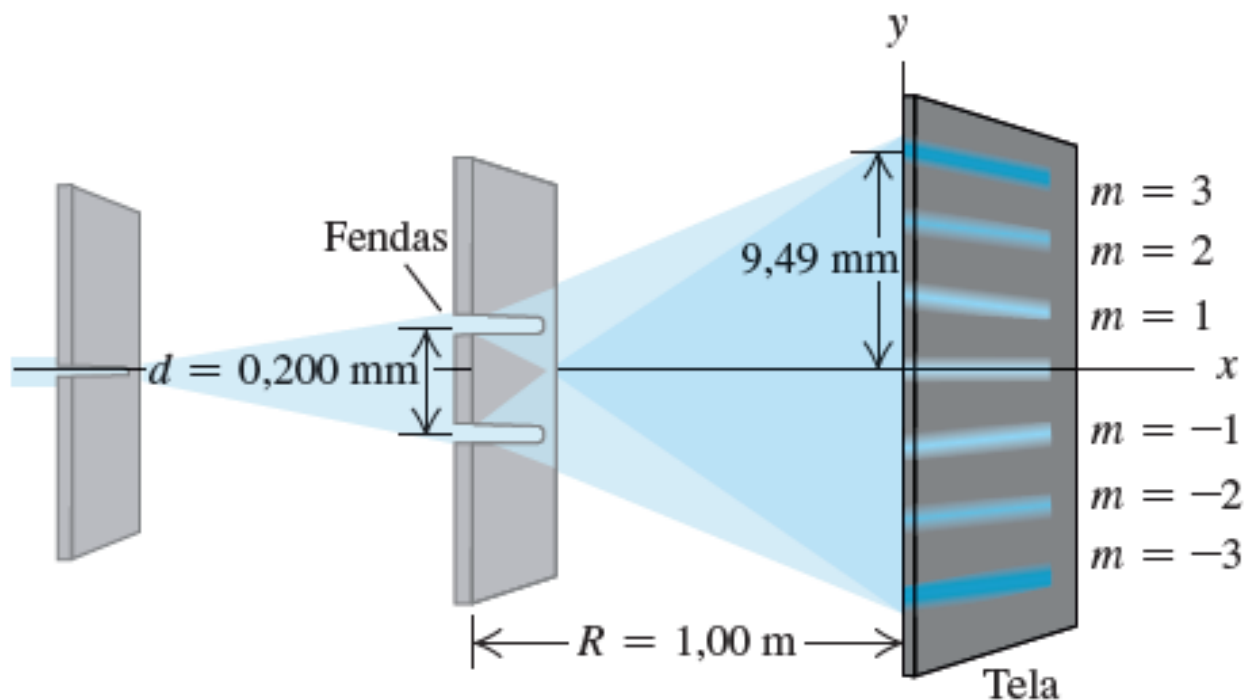
$$\tan \theta = \sin \theta = \frac{y_m}{R} \rightarrow y_1 = R \sin \theta_1 = 50 \sin(0,01 \text{ rad}) = 5 \text{ mm}$$

A separação

$$\Delta y = y_1 - y_0 = 5 \text{ mm} - 0 = 5 \text{ mm}$$

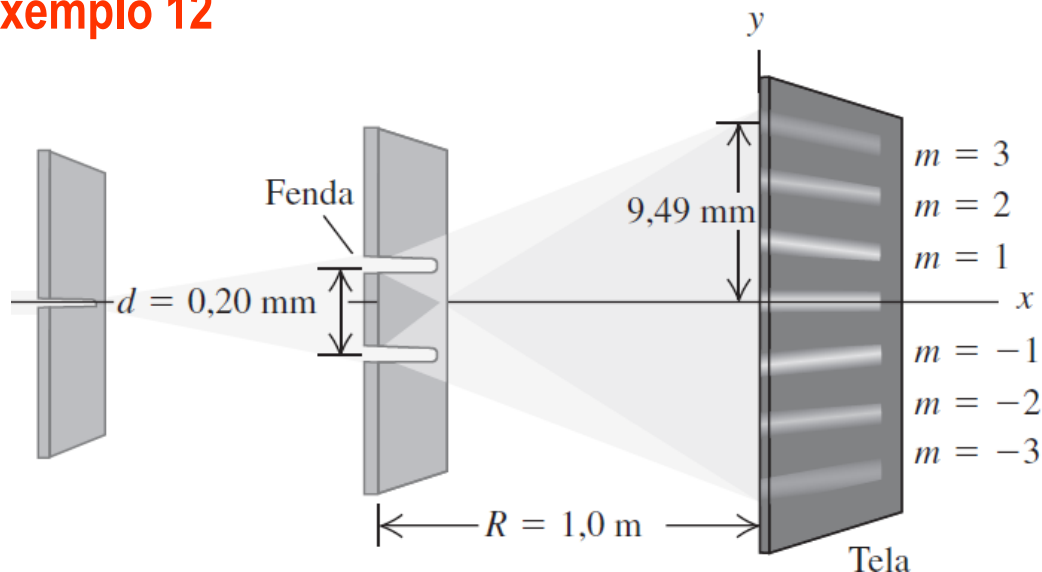
Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 12: Em uma interferência com fenda dupla, a distância entre as fendas é 0,2 mm e a tela está a uma distância de 1,0 m. A terceira franja brilhante (sem contar a franja brilhante que se forma no centro da tela) forma-se a uma distância de 9,49 mm do centro. Calcule o comprimento de onda da luz usada.



Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 12



$$m = 3$$

$$R = 1,0 \cdot 10^3 \text{ mm}$$

$$d = 0,2 \text{ mm}$$

$$y_m = 9,49 \text{ mm}$$

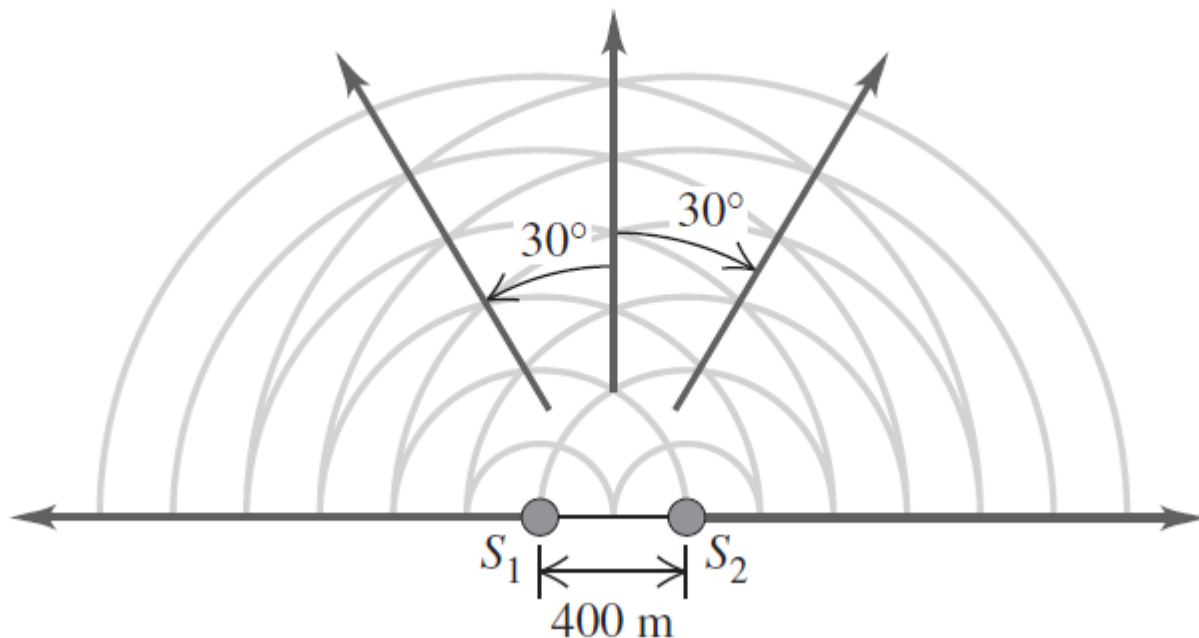
$$y_m = \frac{m\lambda}{d} R$$

$$\lambda = \frac{y_m d}{m R}$$

$$\lambda = \frac{9,49 \times 0,2}{3 \times 1,0 \times 10^3} = 6,33 \times 10^{-4} \text{ mm} = 6,33 \times 10^{-7} \text{ m}$$

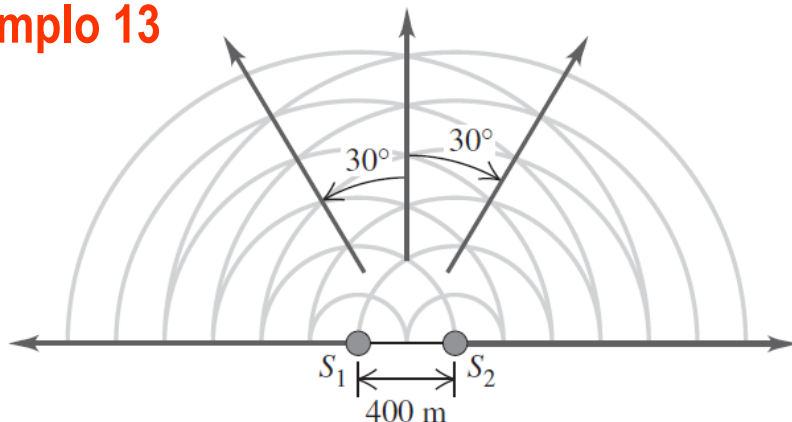
Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 13: Uma estação de rádio com frequência 1500kHz opera com duas antenas idênticas, com dipolos verticais que oscilam em fase, separados por uma distância de 400 m. Para distâncias maiores do que 400 m, em que direções a intensidade da radiação transmitida torna-se máxima?



Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 13



$$f = 1500 \text{ kHz} = 1,5 \times 10^6 \text{ Hz}$$

Para encontrar as direções de intensidade máxima, os valores de θ para os quais a diferença de caminho é zero ou um número inteiro de comprimentos de onda.

$$v = \lambda f \rightarrow \lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{1,5 \times 10^6} = 200 \text{ m}$$

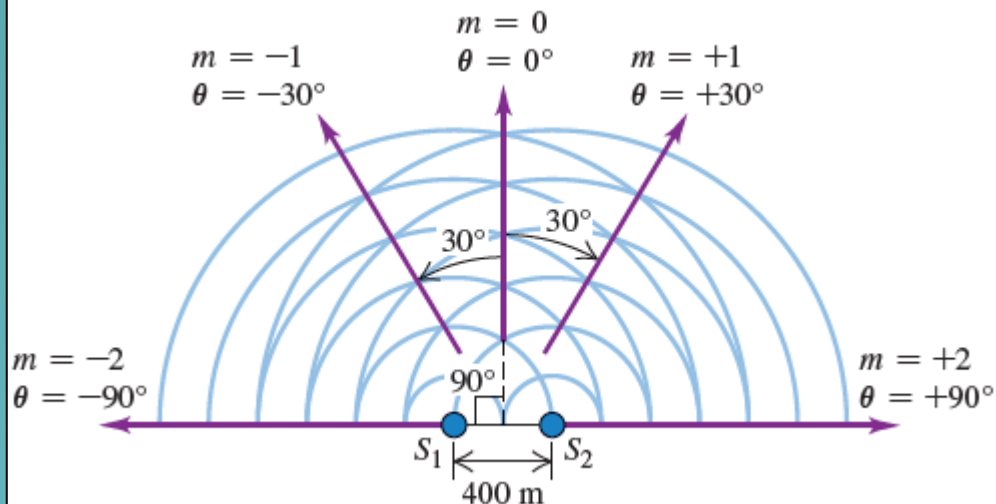
$$d \sin \theta = m \lambda \rightarrow \sin \theta = \frac{m \lambda}{d} = \frac{m(200 \text{ m})}{400 \text{ m}} = \frac{m}{2}$$

$$m = 0, \pm 1, \pm 2 \quad \theta = 0^\circ, \pm 30^\circ, \pm 90^\circ$$

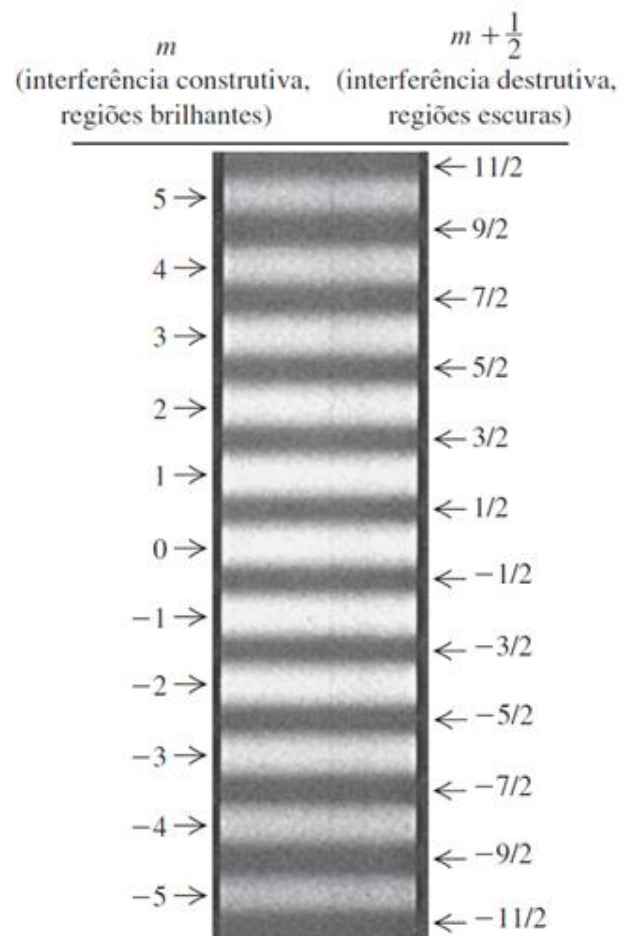
Os valores de m maiores que 2 e menores que -2 fornecem valores de θ maiores que 1 e menores que -1.

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 13



Podemos verificar nosso resultado calculando os ângulos para a intensidade mínima. Deve haver uma intensidade mínima entre cada par de máximos



Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 13

$$d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \rightarrow \sin \theta = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda}{d} = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right) 200}{200} = \frac{m + \frac{1}{2}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} = \frac{-2 + \frac{1}{2}}{2} = -\frac{3}{4} \rightarrow \theta = -48,6^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} = \frac{-1 + \frac{1}{2}}{2} = -\frac{1}{4} \rightarrow \theta = -14,5^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} = \frac{0 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4} \rightarrow \theta = 14,5^\circ$$

$$\sin \theta = \frac{m + \frac{1}{2}}{2} = \frac{1 + \frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{4} \rightarrow \theta = 48,6^\circ$$

Quaisquer outros valores de m não possuem significado físico neste exemplo.

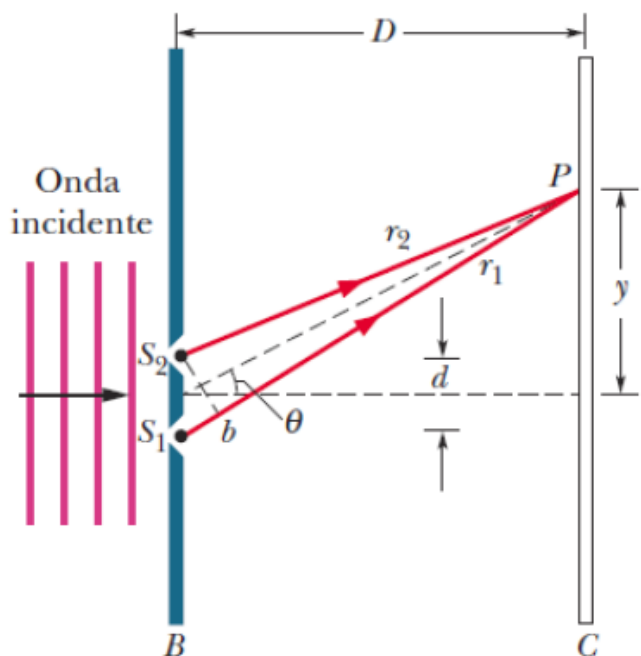
$$m = 0, \pm 1, \pm 2 \quad \theta = \pm 14,5^\circ, \pm 48,6^\circ$$

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 14: Qual a distância na tela C da figura entre dois máximos vizinhos perto do centro da figura de interferência?

Dados:

$$\lambda = 546 \text{ nm} \quad R = 55 \text{ cm} \quad d = 0,12 \text{ mm} \quad \theta \text{ muito pequeno}$$



$$y_m = \frac{m\lambda}{d} R \quad y_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda R}{d}$$

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{(m+1)\lambda R}{d} - \frac{m\lambda R}{d}$$

$$\Delta y = \frac{\lambda R}{d} = \frac{(546 \times 10^{-9} \text{ m})(55 \times 10^{-2} \text{ m})}{0,12 \times 10^{-3} \text{ m}}$$

$$= 2,50 \times 10^{-3} \text{ m} = 2,5 \text{ mm}$$

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 15: Em um experimento no qual $D = 1,2 \text{ m}$ e $d = 0,03 \text{ mm}$, observa-se uma franja brilhante de 2ª ordem ($m = 2$) no anteparo, que se situa a $4,5 \text{ cm}$ da franja brilhante principal ($m = 0$). Determine:

- a) O comprimento de onda da radiação incidente.
- b) A distância entre as franjas brilhantes vizinhas a ela ($m = 1$ e $m = 3$).

$$R = 1,2 \text{ m} \quad d = 0,03 \text{ mm} \quad y = 4,5 \text{ cm}$$

$$(a) \quad y_m = \frac{m\lambda}{d} R \rightarrow \lambda = \frac{yd}{mR} \rightarrow \lambda = \frac{(3 \times 10^{-5})(4,5 \times 10^{-2})}{2 \times 1,2} = 5,6 \times 10^{-7} \text{ m}$$

$$(b) \quad m = 1 \rightarrow y_1 = \frac{m\lambda}{d} R = \frac{(1)(5,6 \times 10^{-7})(1,2)}{(3 \times 10^5)} = 2,25 \text{ cm}$$

$$m = 3 \rightarrow y_3 = \frac{m\lambda}{d} R = \frac{(3)(5,6 \times 10^{-7})(1,2)}{(3 \times 10^5)} = 6,75 \text{ cm}$$

$$y_3 - y_1 = (6,75 - 2,25) = 4,5 \text{ cm}$$

Intensidade das figuras de interferência

- Veremos agora como determinar a intensidade em qualquer ponto sobre a tela.
- Para isso, precisamos somar em um ponto P do padrão de radiação os dois campos que variam senoidalmente (provenientes das duas fontes), levando em consideração de modo apropriado a diferença de fase das duas ondas no ponto P , que resulta da diferença de caminho.
- Determinamos a intensidade lembrando que ela é proporcional ao quadrado da amplitude do campo elétrico resultante, como foi visto no eletromagnetismo.

Intensidade das figuras de interferência

- Para calcular a intensidade, suporemos que as ondas das duas fontes possuam a mesma amplitude E e a mesma polarização (campos elétricos $\vec{E}$ são paralelos).
- Lembrando do eletromagnetismo, que cada onda separadamente fornece no ponto $\mathbf{P}$ uma intensidade $I = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E^2$
- Se as duas fontes estão em fase, então as ondas que chegam ao ponto $\mathbf{P}$ apresentam uma diferença de fase ϕ proporcional à diferença de caminho entre elas ($r_2 - r_1$).

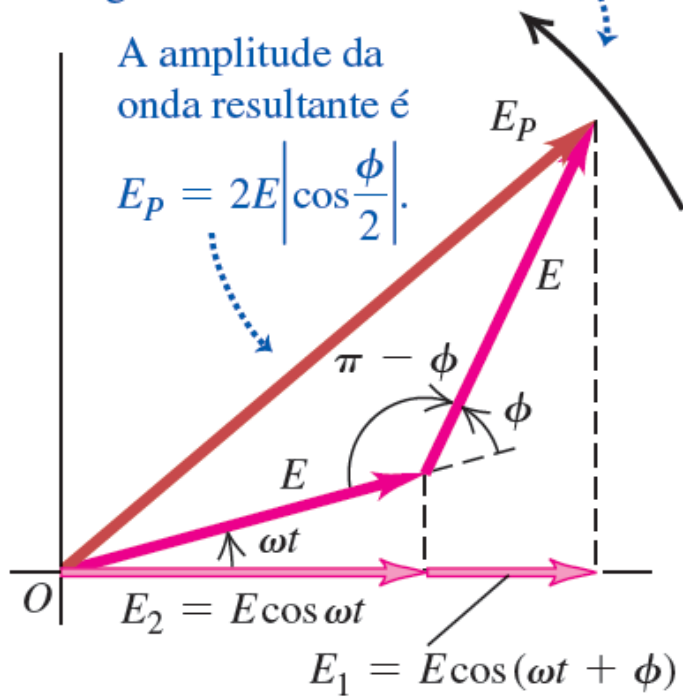
Intensidade das figuras de interferência

- Diagrama de fasores para a superposição no ponto P de duas ondas de mesma amplitude E com uma diferença de fase ϕ :

Todos os fasores giram no sentido anti-horário com velocidade angular ω .

A amplitude da onda resultante é

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|.$$



$$E_1(t) = E \cos(\omega t + \phi)$$

$$E_2(t) = E \cos \omega t$$

$$\cos(\pi - \phi) = -\cos \phi$$

$$E_P^2 = E^2 + E^2 - 2E^2 \cos(\pi - \phi)$$

$$E_P^2 = E^2 + E^2 + 2E^2 \cos(\phi)$$

$$E_P^2 = 2E^2 + 2E^2 \cos(\phi)$$

$$E_P^2 = 2E^2 [1 + \cos(\phi)]$$

Intensidade das figuras de interferência

$$E_P^2 = 2E^2[1 + \cos(\phi)]$$

- Usando a identidade do arco metade:

$$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} \rightarrow 2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = 1 + \cos x$$

$$E_P^2 = 2E^2[2\cos^2(\frac{\phi}{2})] \rightarrow E_P^2 = 4E^2\cos^2(\frac{\phi}{2})$$

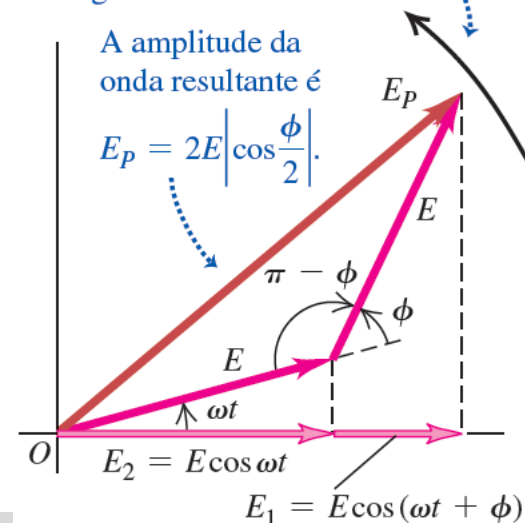
$$E_P^2 = 4E^2\cos^2(\frac{\phi}{2})$$

ou

$$E_P = 2E \left| \cos(\frac{\phi}{2}) \right|$$

Todos os fasores giram no sentido anti-horário com velocidade angular ω .

A amplitude da onda resultante é
 $E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$.



Amplitude do
campo elétrico na
interferência de duas fontes

Amplitude de onda de uma fonte

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

Diferença de fase
entre as ondas

Intensidade das figuras de interferência

Amplitude do campo elétrico na interferência de duas fontes

Amplitude de onda de uma fonte

Diferença de fase entre as ondas

$$E_P = 2E \left| \cos \frac{\phi}{2} \right|$$

- Quando as duas ondas estão em fase, $\phi = 0$ e $E_P = 2E$.
- Quando elas estão exatamente defasadas de meio ciclo, $\phi = \pi \text{ rad} = 180^\circ$, $\cos(\phi/2) = \cos(\pi/2) = 0$ e $E_P = 0$.
- A superposição de duas ondas senoidais com a mesma frequência e a mesma amplitude, porém com uma diferença de fase, dá origem a uma onda senoidal com a mesma frequência, mas com uma amplitude que varia desde zero até um máximo igual a duas vezes as amplitudes individuais, dependendo da diferença de fase.

Intensidade das figuras de interferência

- Do eletromagnetismo – $S \rightarrow$ Vetor de Poynting

$$I = S_{med} = \frac{E_P^2}{2\mu_0 c} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_P^2, \text{ ou seja, } I \propto E_P^2$$

$$\text{Sendo } E_P^2 = 4E^2 \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right), \text{ temos}$$

$$I = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c E_P^2 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c \left[4E^2 \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right) \right] \rightarrow I = 2\varepsilon_0 c E^2 \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right)$$

- Como a intensidade máxima I_0 ocorre nos pontos em que a diferença de fase é igual a zero ($\phi = 0$), temos

$$I_0 = 2\varepsilon_0 c E^2$$

Intensidade das figuras de interferência

- **OBS:** I_0 é quatro vezes maior do que a intensidade de cada onda individual.

Como $I = 2\varepsilon_0 c E^2 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$ e $I_0 = 2\varepsilon_0 c E^2$

Temos

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right) \quad \text{Intensidade na interferência de duas fontes}$$

Intensidade máxima

Intensidade na interferência de duas fontes

$$I = I_0 \cos^2 \frac{\phi}{2}$$

Diferença de fase entre as ondas

- **OBS:** Alguns autores colocam que $I = 4I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$, pois consideram o I_0 como sendo a intensidade da luz que chega na tela quando uma fenda está temporariamente coberta.

Intensidade das figuras de interferência

• Diferença de fase e de caminho

- Quando a diferença de caminho é um comprimento de onda (1λ), a diferença de fase é um ciclo e $\phi = 2\pi \text{ rad} = 360^\circ$.
- Quando a diferença de caminho é um comprimento de onda ($\frac{1}{2}\lambda$), a diferença de fase é um ciclo e $\phi = \pi \text{ rad} = 180^\circ$.
- Isso implica que a razão entre a diferença de fase ϕ e 2π é igual a razão entre a diferença de caminho $r_2 - r_1$ e λ :

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{r_2 - r_1}{\lambda}$$

- Portanto, a diferença de caminho ($r_2 - r_1$) produz uma diferença de fase dada

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = k(r_2 - r_1) \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \rightarrow \text{número de onda}$$

Intensidade das figuras de interferência

Diferença de fase na interferência de duas fontes

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1) = k(r_2 - r_1)$$

Número de onda $= 2\pi/\lambda$

Diferença de caminho

Comprimento de onda λ

Distância da fonte 2 r_2

Distância da fonte 1 r_1

Sabemos que:

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} \quad e \quad k = nk_0$$

onde λ_0 e k_0 correspondem ao vácuo

Intensidade das figuras de interferência

Como: $r_2 - r_1 = d \operatorname{sen} \theta$

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_2 - r_1) = k(r_2 - r_1)$$

$$\phi = k(r_2 - r_1) = kd \operatorname{sen} \theta = \frac{2\pi d}{\lambda} \operatorname{sen} \theta$$

Como: $I = I_0 \cos^2 \left(\frac{\phi}{2} \right)$

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{1}{2} kd \operatorname{sen} \theta \right) = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \operatorname{sen} \theta \right)$$

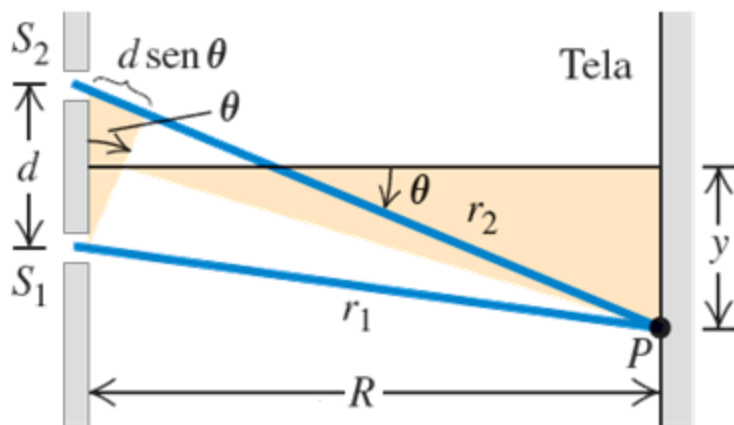
(Intensidade longe das duas fontes)

Intensidade das figuras de interferência

- As direções nas quais ocorrem intensidades máximas são obtidas quando o cosseno é igual a ± 1 , ou seja, quando

$$\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = m\pi \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad \text{ou} \quad d = m\lambda$$

- Se $y \ll R$, $\sin \theta = \tan \theta = \frac{y}{R}$



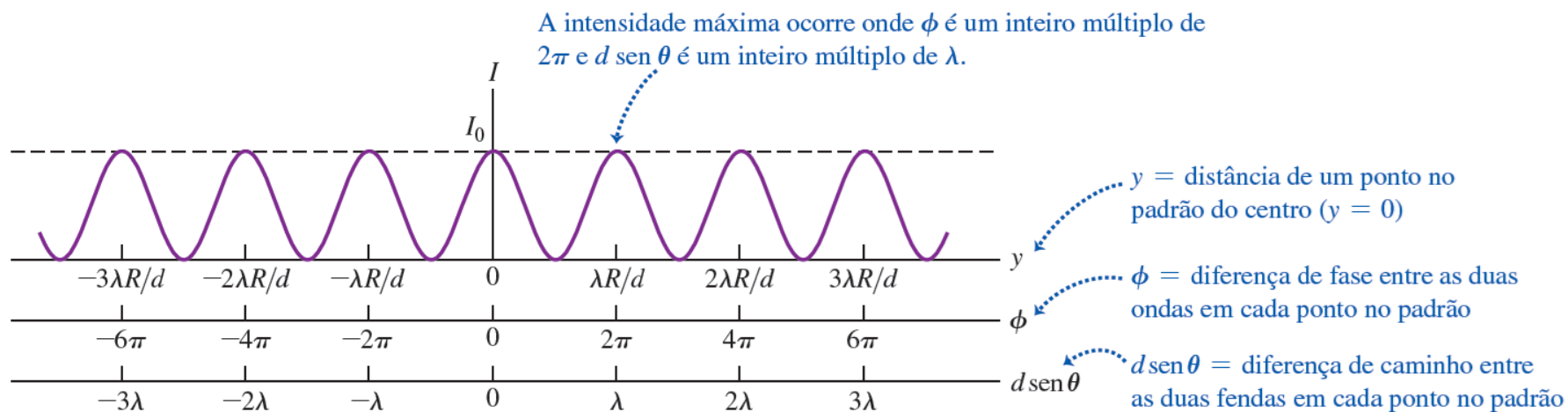
$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{1}{2} k d \sin \theta \right) = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right)$$

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{k d y}{2 R} \right) = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d y}{\lambda R} \right)$$

(Intensidade na interferência de duas fontes)

Intensidade das figuras de interferência

- Distribuição das intensidades no padrão de interferência de duas fendas idênticas:



- Os máximos de intensidade ocorrem em: ($m = 0, 1, 2, \dots$)

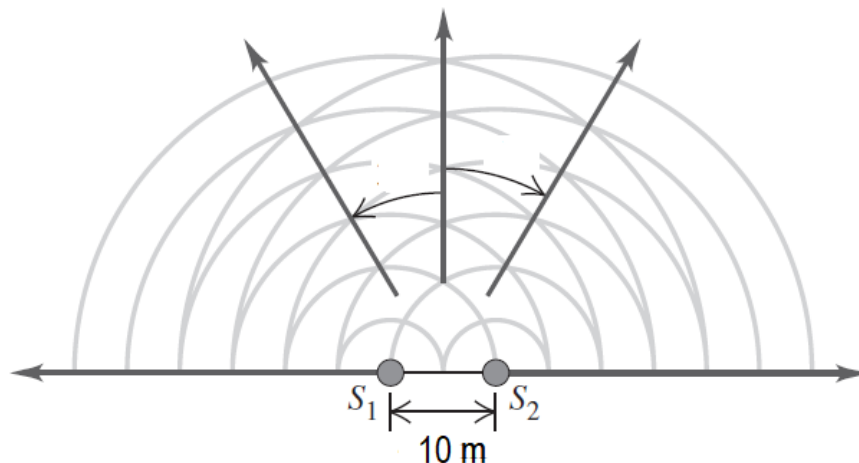
$$\frac{1}{2}\phi = m\pi \rightarrow \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta = m\pi \rightarrow d \sin \theta = m\lambda$$

- Os mínimos em:

$$\frac{1}{2}\phi = \left(m + \frac{1}{2}\right)\pi \rightarrow d \sin \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 16: A distância entre as duas antenas de rádio mostradas na Figura é 10,0 m e a frequência das ondas irradiadas aumenta para $f = 60,0$ MHz. A uma distância de 700 m do ponto intermediário entre as antenas e na direção $\theta = 0$, a intensidade é dada por $I_0 = 0,020$ W/m². A essa mesma distância, determine: (a) a intensidade na direção $\theta = 4^\circ$; (b) a direção próxima de $\theta = 0$ para a qual a intensidade é $I_0/2$ e (c) as direções em que a intensidade é igual a zero.



Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 16

Este problema envolve a distribuição da intensidade em função do ângulo. Como a distância de 700 m das antenas até o ponto em que a intensidade é medida é muito maior que a distância $d = 10$ m entre as antenas, as amplitudes das ondas provenientes das duas antenas são aproximadamente iguais. Portanto, podemos aplicar a Equação:

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{1}{2} kd \sin \theta \right) = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right) \quad (\text{Intensidade longe das duas fontes})$$

Solução:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{60 \times 10^6 \text{ Hz}} = 5,00 \text{ m}$$

$$I = I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \right) = I_0 \cos^2 \left[\frac{\pi (10) \text{ m}}{(5 \text{ m})} \sin \theta \right] = I_0 \cos^2 [(2\pi \text{ rad}) \sin \theta]$$

Interferências construtiva e destrutiva produzidas por duas fendas

Exemplo 16

$$(a) \theta = 4^0 \quad I = I_0 \cos^2[(2\pi \text{ rad}) \sin \theta] = I_0 \cos^2[(2\pi \text{ rad}) \sin 4^0]$$

$$I = I_0 \cos^2[(360) \sin 4^0] = I_0(0,82) = (0,020)(0,82) = 0,016 \text{ W/m}^2$$

(b) A intensidade I torna-se igual a $I_0/2$ quando o valor do cosseno na $I = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta\right)$ é $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}$. Isso ocorre quando $2\pi \sin \theta = \pm \frac{\pi}{4} \text{ rad}$, desse modo que $\sin \theta = \pm \frac{1}{8} = 0,125$ e $\theta = 7,2^0$.

(c) A intensidade I é zero quando $\cos[(2\pi \text{ rad}) \sin \theta] = 0$. Isso ocorre quando $2\pi \sin \theta = \pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$, ou quando $\sin \theta = \pm 0,250, \pm 0,750, \pm 1,25, \dots$. Valores de $\sin \theta$ maiores que 1 não tem significado, logo $\theta = \pm 14,5^0, \pm 48,6^0$

Interferência em películas finas

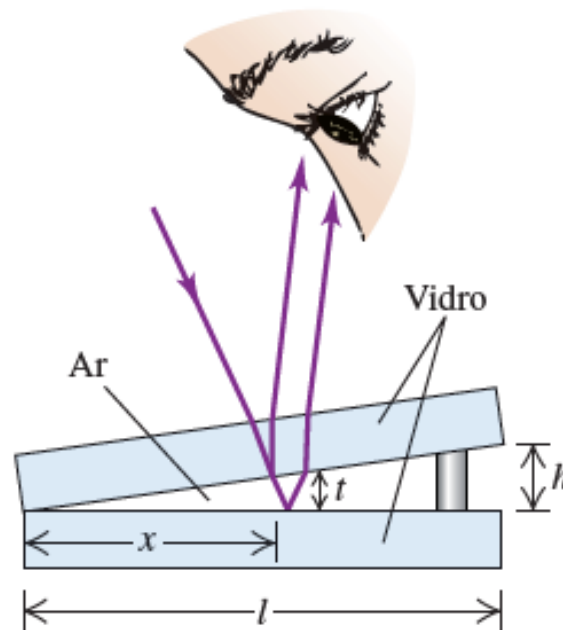
- Costumamos ver faixas brilhantes coloridas quando a luz solar é refletida em bolhas de sabão ou em películas de óleo flutuando sobre a água.



- Esse efeito é produzido pela **interferência** da luz.
- As **ondas luminosas** são refletidas pelas superfícies opostas dessas películas e ocorre **interferência construtiva** entre duas ondas refletidas (com caminhos diferentes) em diversos locais e para comprimentos de onda diferentes.

Interferência em películas finas

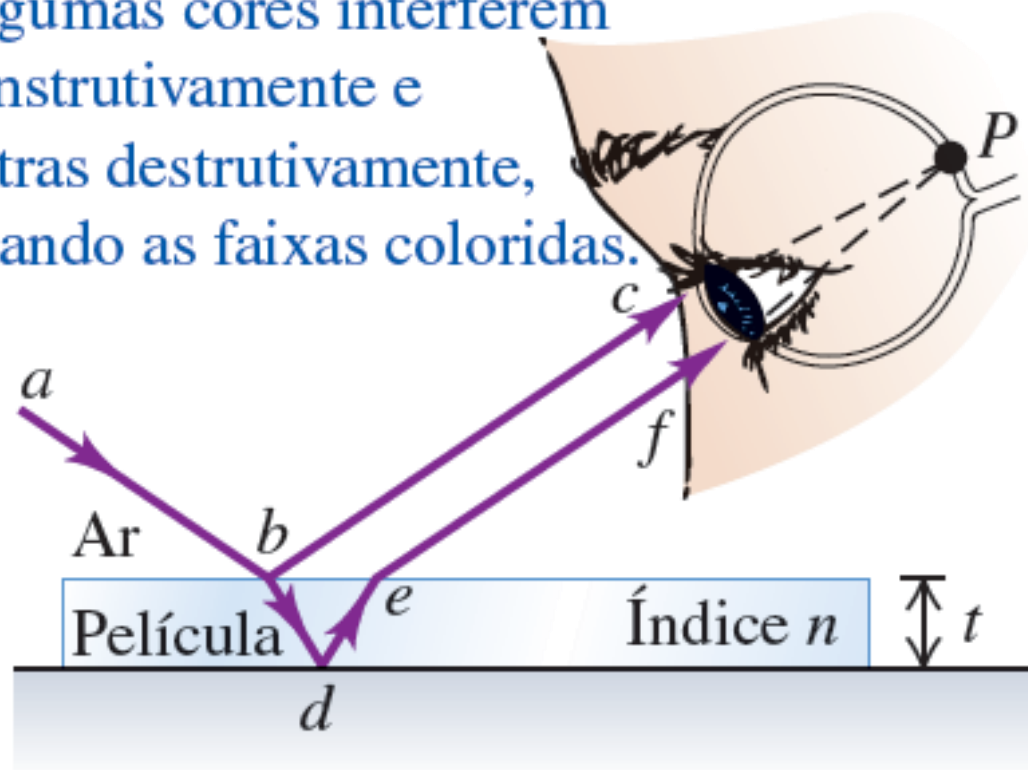
- Interferência entre raios refletidos nas superfícies superior e inferior de uma cunha de ar separando duas placas de vidro.
- Os ângulos e a espessura da cunha de ar foram exagerados para maior clareza.
- Vamos considerar que a luz incide na placa superior com incidência normal e que as distâncias h e t são muito menores que l .



Interferência em películas finas

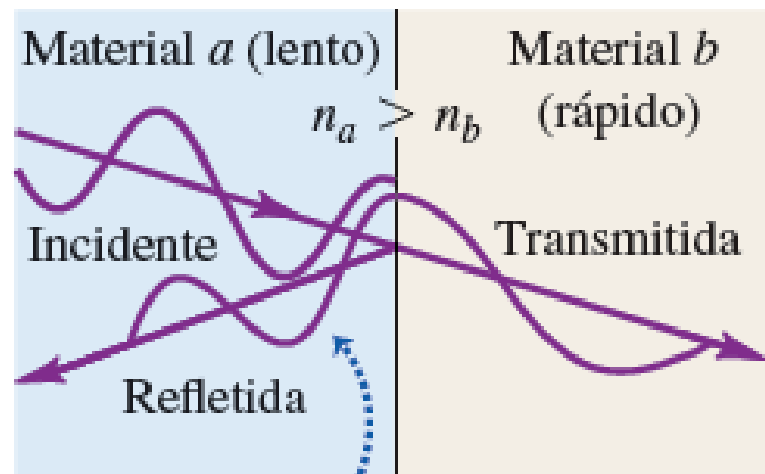
A luz refletida nas superfícies superior e inferior da película encontra-se no olho no ponto P e sofre interferência.

Algumas cores interferem construtivamente e outras destrutivamente, criando as faixas coloridas.

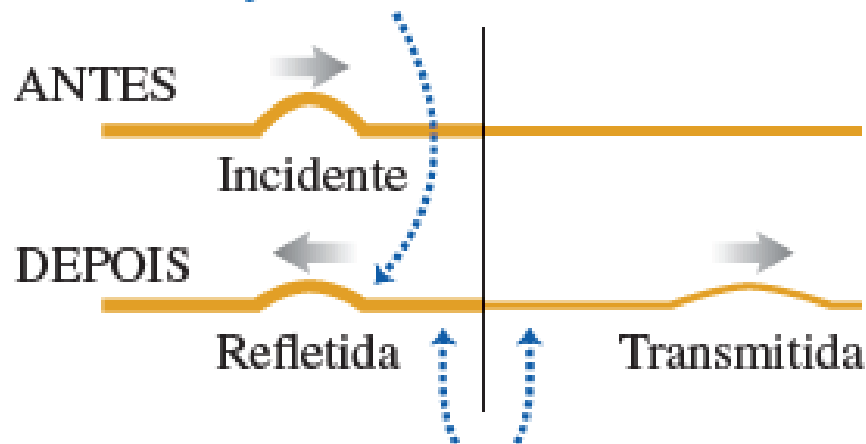


Interferência em películas finas

- Quando $n_a > n_b$, a luz se propaga mais lentamente no primeiro meio que no segundo.
- A diferença de fase entre a onda refletida e a onda incidente é igual a zero.
- Esse caso é análogo à reflexão de uma onda transversal em uma corda vibrante grossa no ponto onde ela está amarrada a uma corda mais fina.



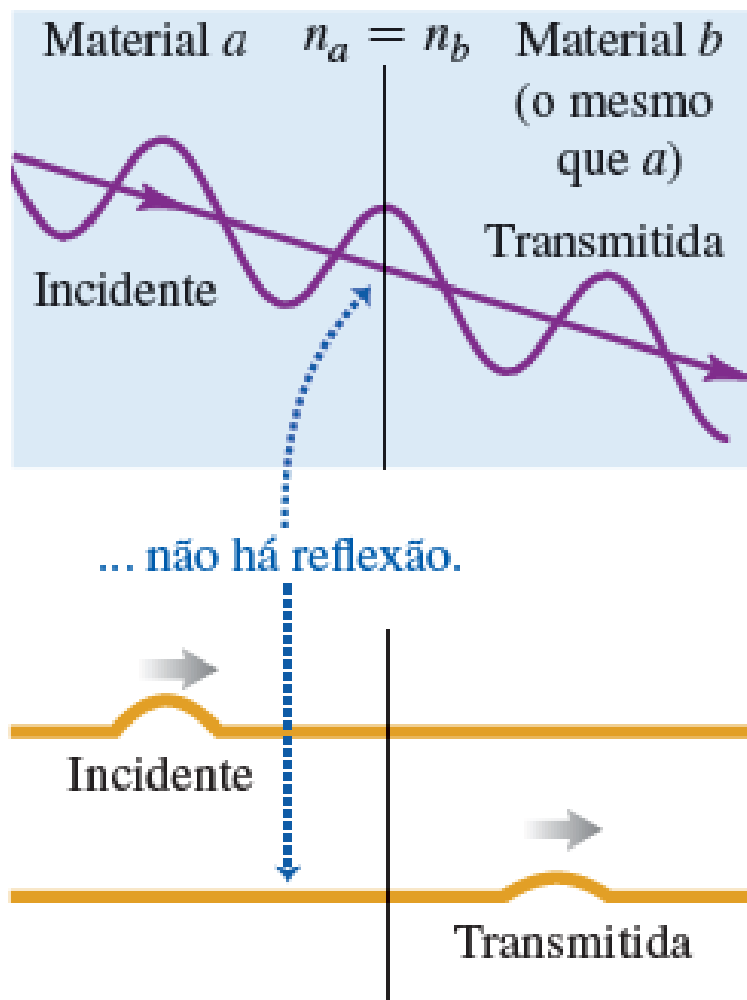
...a onda refletida não passa por mudança de fase.



As ondas se propagam mais lentamente em cordas grossas que em cordas finas.

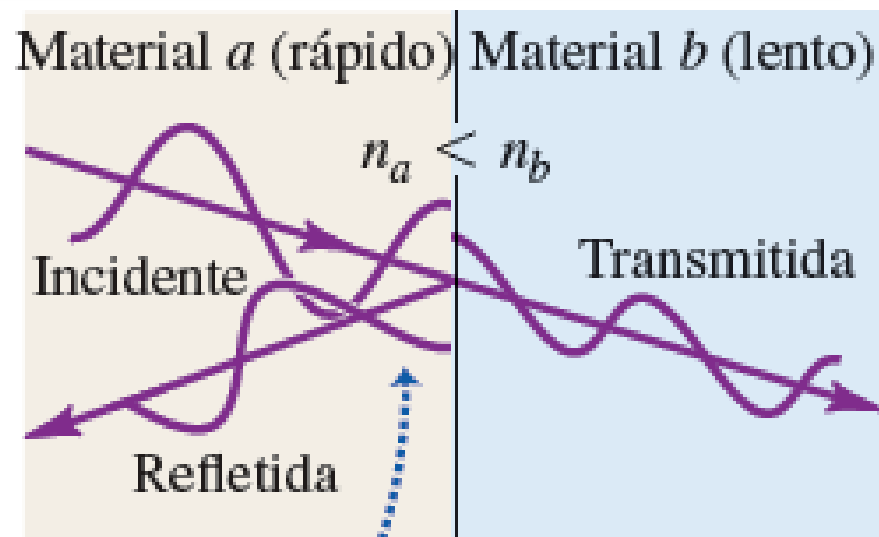
Interferência em películas finas

- Quando $n_a = n_b$, não há interface, de modo que não existe nenhuma onda refletida.

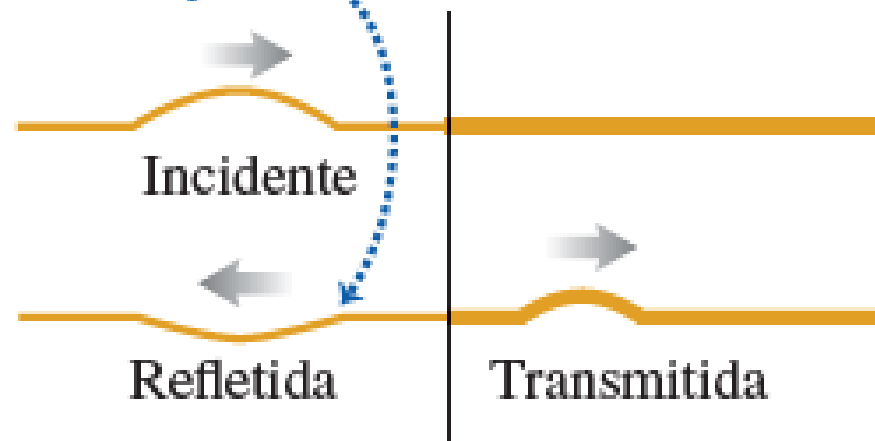


Interferência em películas finas

- Quando $n_a < n_b$, a luz se propaga no primeiro meio com velocidade menor que no segundo meio.
- A diferença de fase da onda refletida em relação à onda incidente é igual a $\pi \text{ rad}$ (meio ciclo).
- Esse caso é análogo à reflexão (com inversão) de uma onda mecânica transversal em uma corda fina em um ponto onde ela está amarrada a uma corda mais espessa.

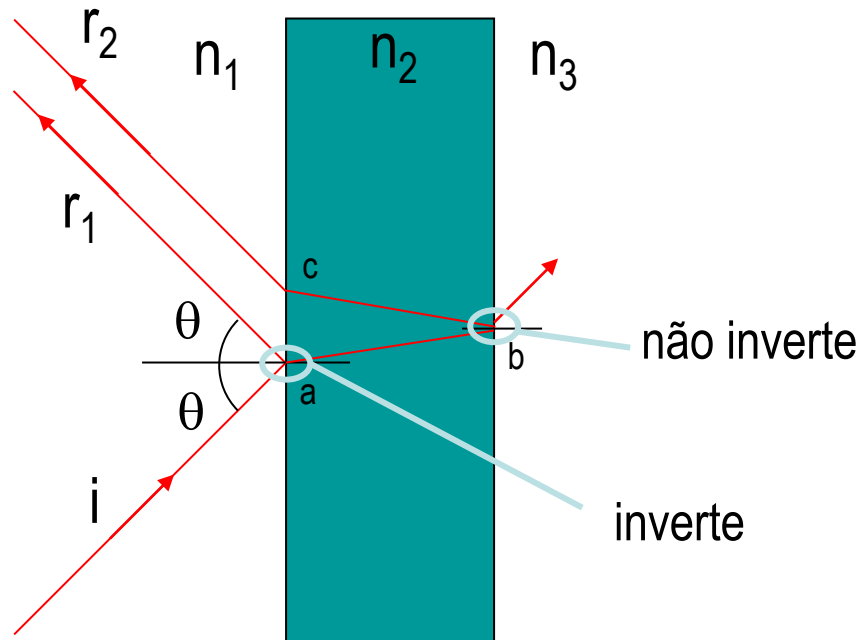


...a onda refletida passa por uma diferença de fase de meio ciclo.



Interferência em películas finas

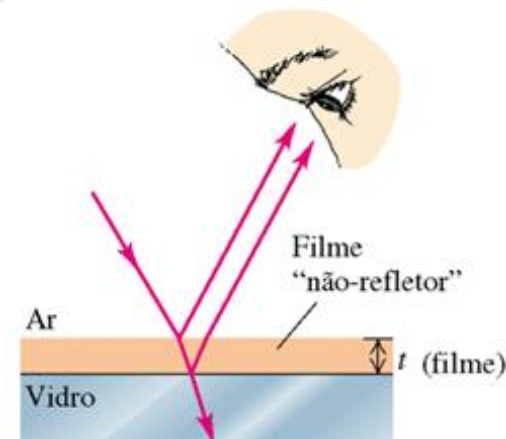
$$\theta \approx 0$$



Supondo: $n_2 > n_3$ e $n_2 > n_1$!!!!

Interferência em películas finas

- Quando uma película fina tem espessura t , a luz tem incidência normal e comprimento de onda λ no interior da película:



1º) Nenhuma das duas ondas está em defasagem ou quando ambas estão em defasagem de meio ciclo na reflexão:

a. Reflexão construtiva:

$$2t = m\lambda \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$$

(Reflexão construtiva em películas finas, sem diferença de fase)

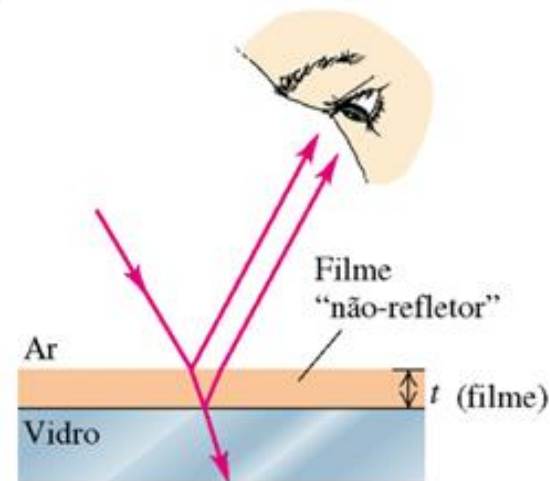
b. Reflexão destrutiva:

$$2t = (m + \frac{1}{2})\lambda \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$$

(Reflexão destrutiva em películas finas, sem diferença de fase)

Interferência em películas finas

2º) Se uma das duas ondas apresenta um deslocamento de fase de meio ciclo na reflexão, as condições de interferência construtiva e destrutiva se invertem:



a. Reflexão construtiva: $2t = (m + \frac{1}{2})\lambda \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$

(Reflexão construtiva em películas finas, com defasagem de meio ciclo)

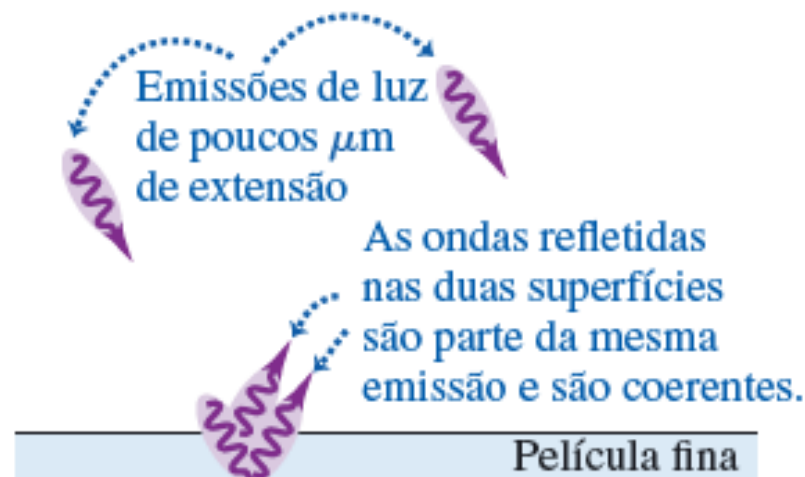
b. Reflexão destrutiva: $2t = m\lambda \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$

(Reflexão destrutiva em películas finas, com defasagem de meio ciclo)

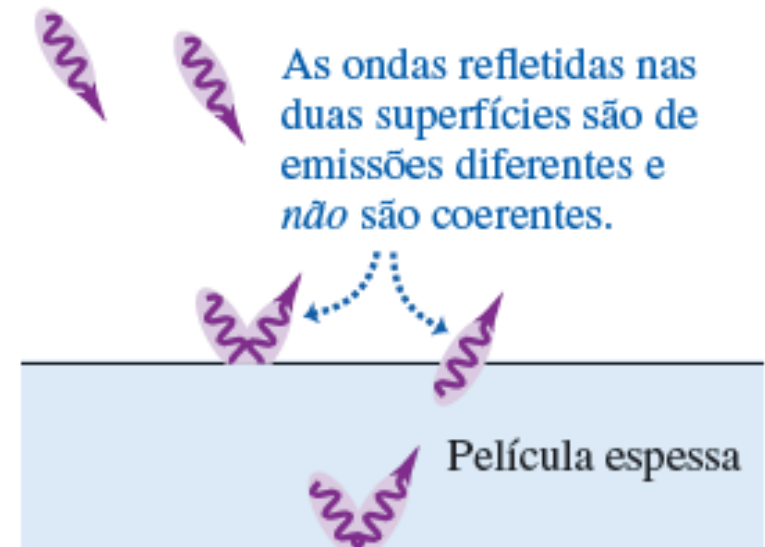
Interferência em películas finas

- Para que ocorra uma figura de interferência estacionária, as ondas precisam ser coerentes, com relação de fase definida e constante, o que não ocorre com películas espessas. É por isso que você vê a interferência das cores em uma mancha de óleo de poucos micrômetros e não vê essas cores na luz refletida em uma vidraça.

(a) Luz se refletindo em uma película fina



(b) Luz se refletindo em uma película espessa.

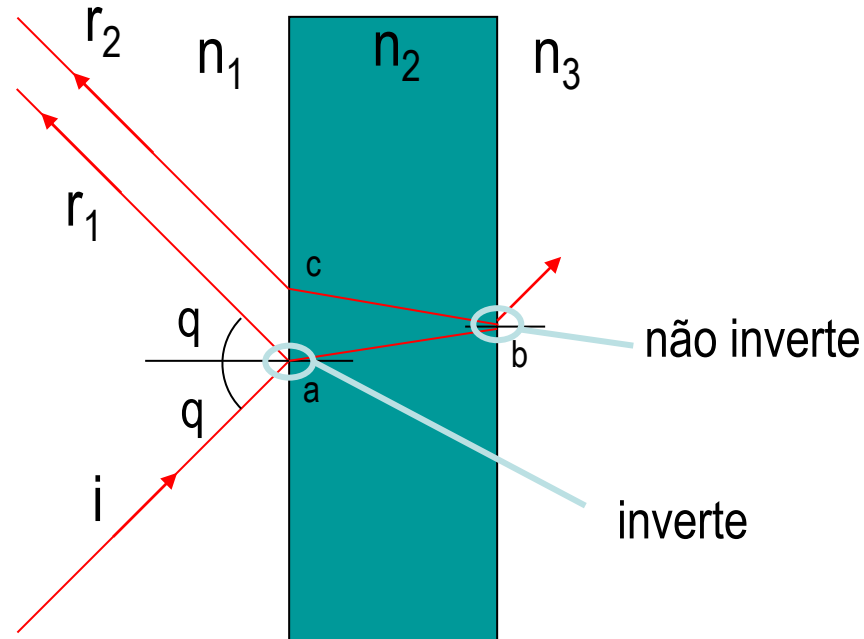


Interferência em películas finas

Espessura do filme muito menor que λ :

Se $\lambda \gg t$, considera-se apenas a defasagem devida a reflexão.

$\left. \begin{array}{l} n_2 > n_1 \\ n_2 > n_3 \end{array} \right\}$ Interferência destrutiva (escuro)



Interferência em películas finas

Reflexão construtiva

(De películas finas,
sem diferença de fase)

Reflexão destrutiva

$$2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Diagram illustrating the relationship between film thickness ($2t$) and wavelength (λ) for constructive interference (top) and destructive interference (bottom) in thin films without phase difference. Dotted arrows point from the text labels to the corresponding terms in the equations.

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Reflexão construtiva

(De películas finas,
com diferença de fase
de meio ciclo)

Reflexão destrutiva

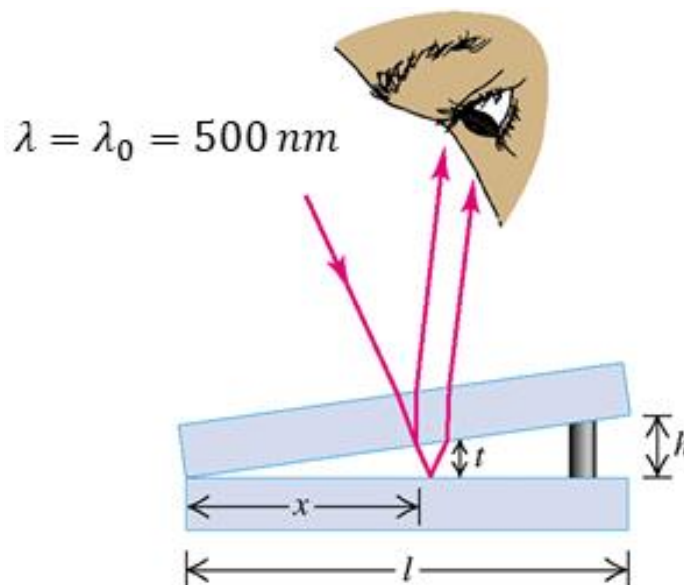
$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Diagram illustrating the relationship between film thickness ($2t$) and wavelength (λ) for constructive interference (top) and destructive interference (bottom) in thin films with a half-cycle phase difference. Dotted arrows point from the text labels to the corresponding terms in the equations.

$$2t = m\lambda \quad (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Interferência em películas finas

Exemplo 17: Suponha que duas placas de vidro sejam duas lâminas de 10 cm de comprimento e 1 mm de espessura de um microscópio. Em uma das extremidades elas estão em contato e na outra separadas por uma folha de papel com espessura de 0,020 mm. (a) Qual o espaçamento das franjas de interferência vistas por reflexão? (b) A franja vista por reflexão ao longo da linha de contato entre as duas placas é clara ou escura?



Interferência em películas finas

Exemplo 17

a) Considerando apenas a interferência entre a luz refletida pela superfície inferior e pela superfície superior da cunha de ar entre as lâminas. A placa de vidro tem espessura de 1 mm, de modo que podemos desprezar a interferência entre a luz refletida pelas superfícies superior e inferior dessa placa.

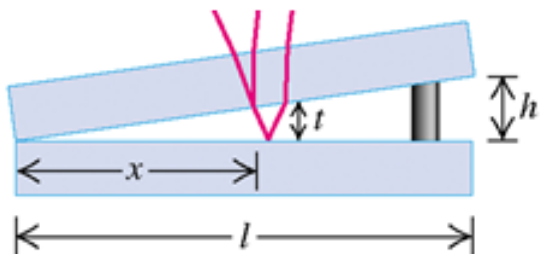
Como apenas uma das ondas refletidas sofre um deslocamento de fase, a condição para a interferência destrutiva (franjas escuras), temos

$$2t = m\lambda_0 \rightarrow (m = 0, 1, 2 \dots)$$

Interferência em películas finas

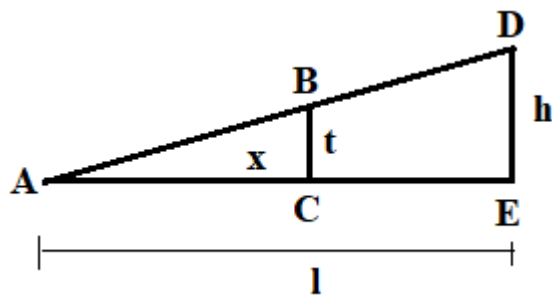
Exemplo 17

Pela semelhança de triângulos, a espessura t da cunha de ar em cada ponto é proporcional à distância x da linha de contato:



Como

$$d = 2t = m\lambda_0, \text{ temos que } t = \frac{m\lambda_0}{2}$$



Pela semelhança

$$\Delta ABC \cong \Delta ADE \rightarrow \frac{t}{x} = \frac{h}{l} \rightarrow t = \frac{xh}{l}$$

Logo

$$2 \frac{xh}{l} = m\lambda_0 \rightarrow x = m \frac{l\lambda_0}{2h} = m \frac{(0,100m)(500 \times 10^{-9}m)}{2(0,020 \times 10^{-3}m)} = m(1,25)mm$$

As franjas escuras sucessivas correspondem a valores sucessivos do número m apresentam um espaçamento de 1,25 mm.

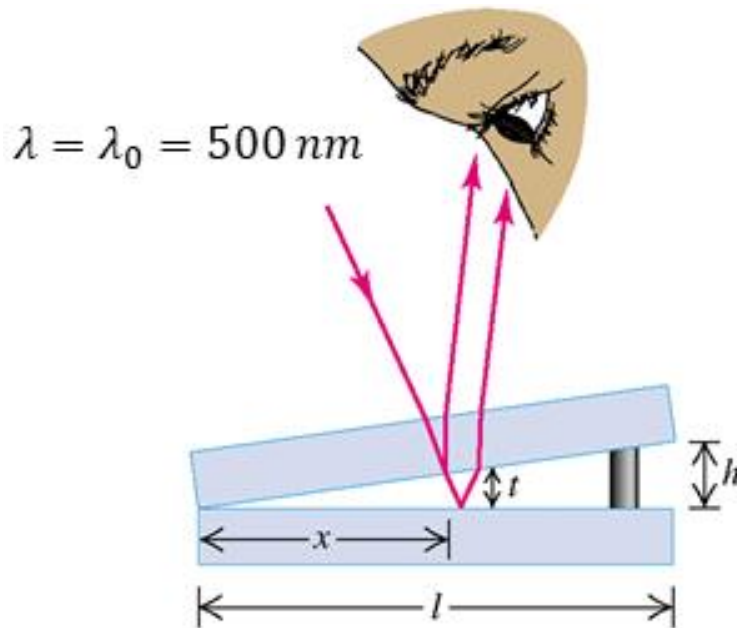
Interferência em películas finas

Exemplo 17

b) Substituindo $m = 0$, o que corresponde à linha de contato entre as duas lâminas. Logo, há uma franja **escura** na linha de contato.

Interferência em películas finas

Exemplo 18: Suponha no exemplo anterior as duas placas de vidro possuam $n = 1,52$ e que exista água ($n = 1,33$) entre as placas em vez de ar. O que ocorre agora?



$$\begin{aligned}\lambda_0 &= 500 \text{ nm}; \\ l &= 10 \text{ cm}; \\ h &= 0,20 \text{ mm}\end{aligned}$$

Interferência em películas finas

Exemplo 18

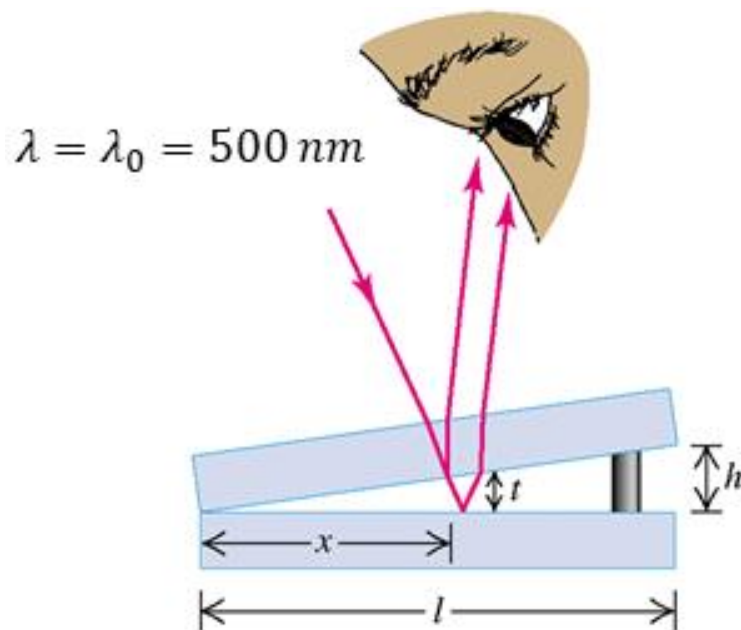
$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{500 \text{ nm}}{1,33} = 376 \text{ nm}$$

$$x = m \frac{l\lambda}{2h} = m \frac{(0,100\text{m})(376 \times 10^{-9}\text{m})}{2(0,020 \times 10^{-3}\text{m})} = m(0,94)\text{mm}$$

Repare que o novo espaçamento é 1,33 menor que no exemplo anterior. A franja na linha de contato é escura.

Interferência em películas finas

Exemplo 19: Suponha no exemplo anterior seja uma placa de plástico ($n = 1,40$), a cunha esteja cheia de óleo ($n = 1,50$) e a placa inferior seja de vidro Flint ($n = 1,60$). O que ocorre agora?



$$\begin{aligned}\lambda_0 &= 500 \text{ nm}; \\ l &= 10 \text{ cm}; \\ h &= 0,20 \text{ mm}\end{aligned}$$

Interferência em películas finas

Exemplo 19

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{500 \text{ nm}}{1,50} = 333 \text{ nm}$$

$$x = m \frac{l\lambda}{2h} = m \frac{(0,100\text{m})(333 \times 10^{-9}\text{m})}{2(0,020 \times 10^{-3}\text{m})} = m(0,833)\text{mm}$$

Neste caso, as duas ondas refletidas estão em fase (ambas sofrem mudança de fase iguais), desse modo que a linha de contato é uma franja brilhante.

Interferência em películas finas

Exemplo 20: Uma lente com índice de refração maior que 1,30 é revestida com um filme fino transparente de índice de refração 1,25 para eliminar por interferência a reflexão de uma luz de comprimento de onda λ que incide perpendicularmente a lente. Qual é a menor espessura possível para o filme?

Solução: Como a lente tem índice de refração maior que o filme fino, existe um deslocamento de fase de π na reflexão da interface lente-filme, que cancela com o deslocamento de fase π devido a reflexão da interface filme-ar. Portanto não existe nenhum deslocamento de fase efetiva e a condição para a interferência destrutiva é

Interferência em películas finas

Exemplo 20

O menor valor de t é o obtido para $m = 0$:

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n}$$

$$2n_2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

$$2n_2t = \left(0 + \frac{1}{2}\right) \lambda \rightarrow t = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{\lambda}{4(1,25)} = 0,2\lambda$$

Interferência em películas finas

Exemplo 21: Um feixe de luz branca, com intensidade constante na faixa de comprimento da luz visível ($400 - 690 \text{ nm}$), incide perpendicularmente em um filme de água com índice de refração $n_2 = 1,33$ e espessura $t = 320 \text{ nm}$, suspenso no ar. Para que comprimento de onda λ a luz refletida pelo filme se apresenta mais intensa para o observador.

Solução: Como a luz se propaga do meio menos refringente (ar) para o mais refringente (película de água), ocorre inversão de fase e a interferência construtiva é dada por

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n}$$

Interferência em películas finas

Exemplo 21

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n} \rightarrow 2n_2 t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda \rightarrow \lambda = \frac{2n_2 t}{m + \frac{1}{2}}$$

$$\lambda = \frac{2n_2 t}{m + \frac{1}{2}} = \frac{(2)(1,33)(320 \text{ nm})}{m + \frac{1}{2}}$$

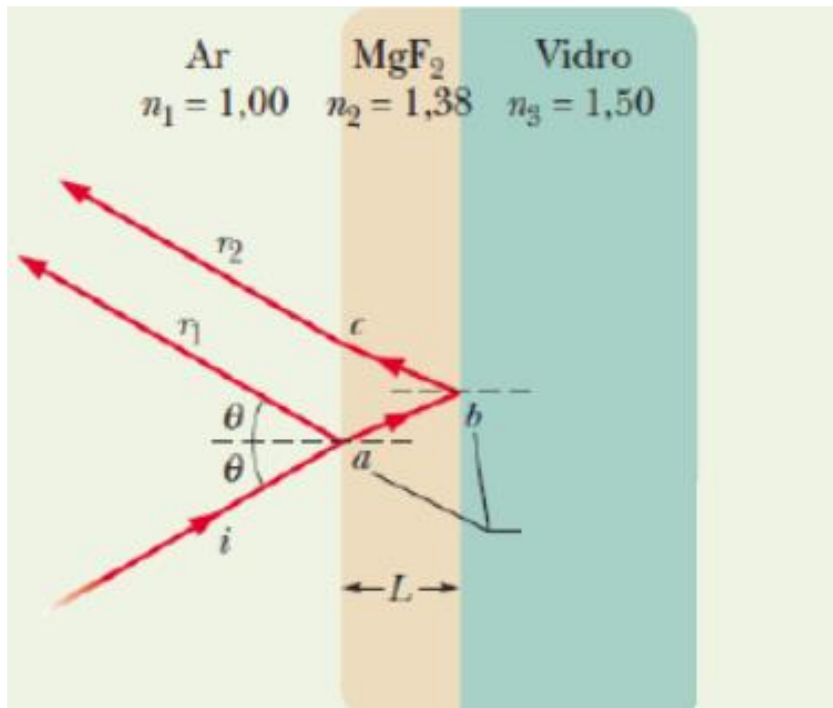
Pra $m = 0$: $\lambda = \frac{(2)(1,33)(320 \text{ nm})}{0 + \frac{1}{2}} = 1700 \text{ nm}$ Região infravermelho

Pra $m = 1$: $\lambda = \frac{(2)(1,33)(320 \text{ nm})}{1 + \frac{1}{2}} = 567 \text{ nm}$ Luz visível - **Resposta**

Pra $m = 2$: $\lambda = \frac{(2)(1,33)(320 \text{ nm})}{2 + \frac{1}{2}} = 340 \text{ nm}$ Região ultravioleta

Interferência em películas finas

Exemplo 22: Uma das superfícies de uma lente de vidro é revestida com um filme fino de fluoreto de magnésio (MgF_2) para reduzir a reflexão da luz. O índice de refração do MgF_2 é 1,38 e o do vidro 1,50. Qual a menor espessura do revestimento capaz de eliminar os reflexos (por interferência) no ponto central do espectro visível ($\lambda = 550 \text{ nm}$)? Suponha que a luz incide perpendicular à superfície da lente.



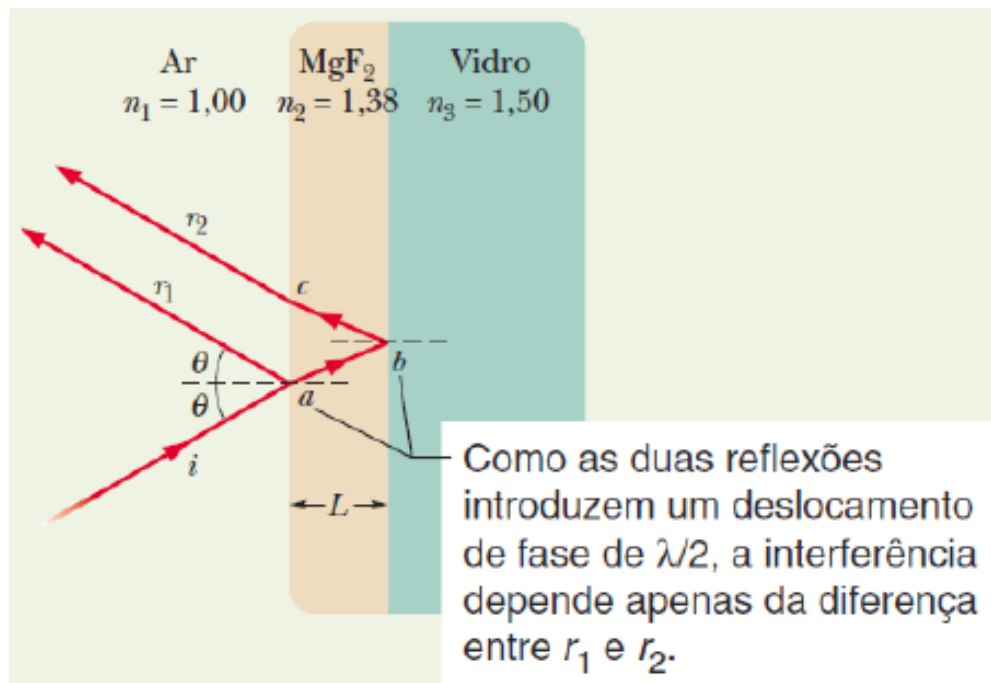
Solução: As duas reflexões produzem a mesma mudança de fase, elas tendem a colocar r_1 e r_2 em fase. Como queremos as ondas fora de fase (interferência destrutiva):

Interferência em películas finas

Exemplo 22

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda_0 = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{n} \rightarrow t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2} \rightarrow (m = 0, 1, 2, \dots)$$

Pra $m = 0$: $t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{2n_2} = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{550 \text{ nm}}{(4)(1,38)} = 99,6 \text{ nm}$



Interferência em películas finas

Exemplo 23: Uma camada fina de benzeno ($n = 1,501$) é depositada sobre uma folha de fluorita ($n = 1,434$). Ela é iluminada de cima por uma luz cujo comprimento de onda no benzeno é 400 nm . Quais das seguintes possíveis espessuras da camada de benzeno maximizarão o brilho da luz refletida? (i) 100 nm ; (ii) 200 nm ; (iii) 300 nm ; (iv) 400 nm .

Solução: (i) e (iii)

O benzeno tem um índice de refração maior que o ar, então a luz que se reflete na superfície superior do benzeno passa por um deslocamento de meio ciclo. A fluorita tem um índice de refração menor que o benzeno, então a luz que se reflete na interface benzeno–fluorita não passa por mudança de fase. Assim, a equação para a reflexão construtiva é a Equação

$$2t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda \rightarrow t = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\frac{(400 \text{ nm})}{2}$$

Interferência em películas finas

Exemplo 23

$$t = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{(400 \text{ nm})}{2}$$

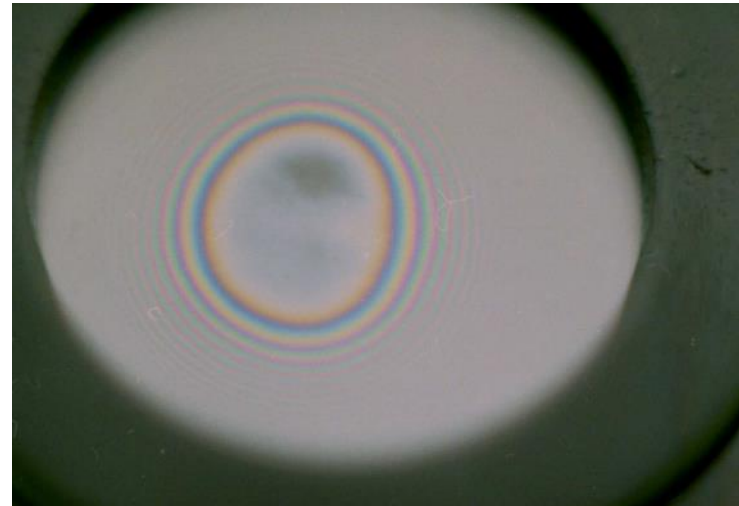
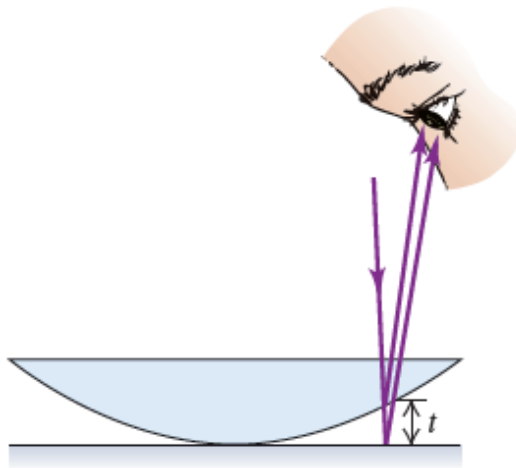
Pra $m = 0$: $t = \left(0 + \frac{1}{2}\right) \frac{(400 \text{ nm})}{2} = \frac{400 \text{ nm}}{4} = 100 \text{ nm}$

Pra $m = 1$: $t = \left(1 + \frac{1}{2}\right) \frac{(400 \text{ nm})}{2} = \left(\frac{3}{2}\right) \frac{400 \text{ nm}}{2} = 300 \text{ nm}$

Pra $m = 2$: $t = \left(2 + \frac{1}{2}\right) \frac{(400 \text{ nm})}{2} = \left(\frac{5}{2}\right) \frac{400 \text{ nm}}{2} = 500 \text{ nm}$

Anéis de Newton

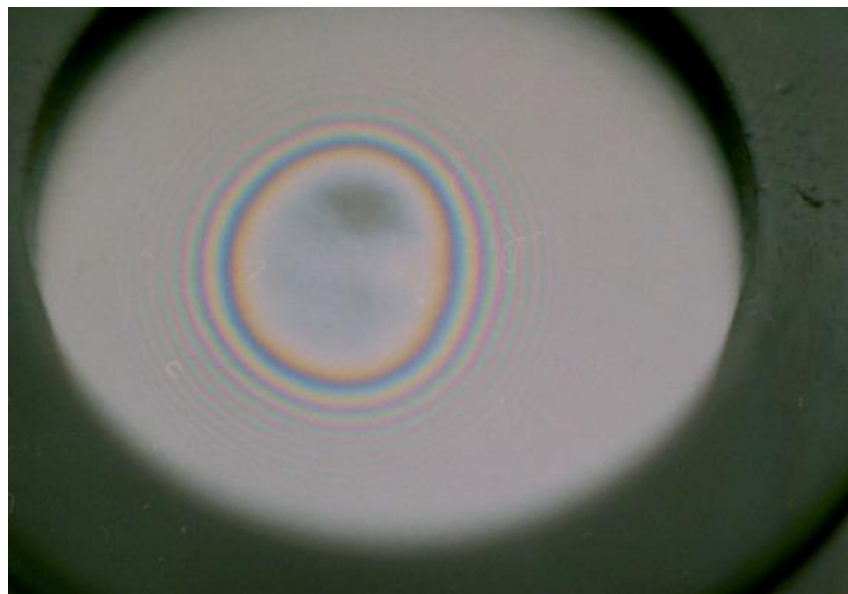
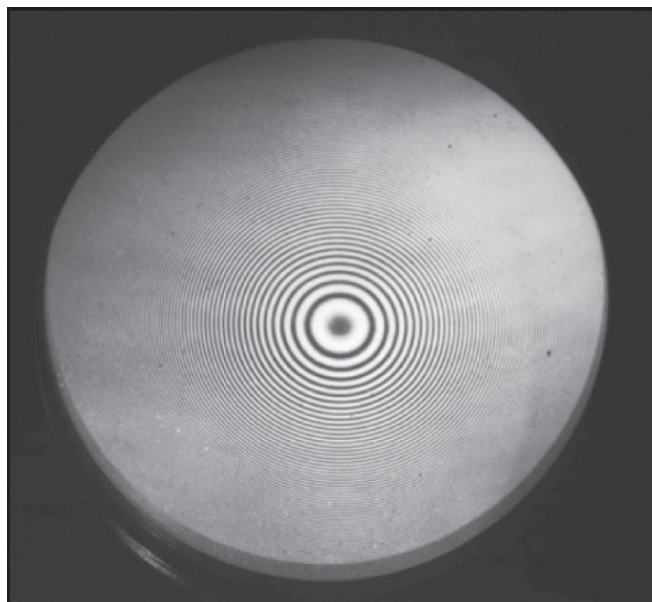
- A Figura mostra a superfície convexa de uma lente em contato com uma superfície plana de vidro. Forma-se uma película fina de ar entre as duas superfícies.



- Ao examinar esse dispositivo usando luz monocromática, é possível observar franjas de interferência circulares.
- Essas franjas foram estudadas por Newton e são chamadas de **anéis de Newton**.

Interferência em películas finas

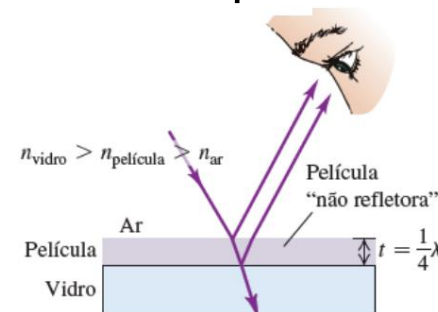
- **Anéis de Newton:** franjas de interferência circulares



Os anéis de Newton são anéis coloridos que são vistos em filmes finos de óleo ou sabão ou quando duas lâminas de vidro são colocadas em contato havendo qualquer variação na espessura da camada de ar entre elas. Como os anéis são facilmente observados é difícil saber se foram descritos antes de Newton, que os descreveu, mas não os explicou.

Interferência em películas finas

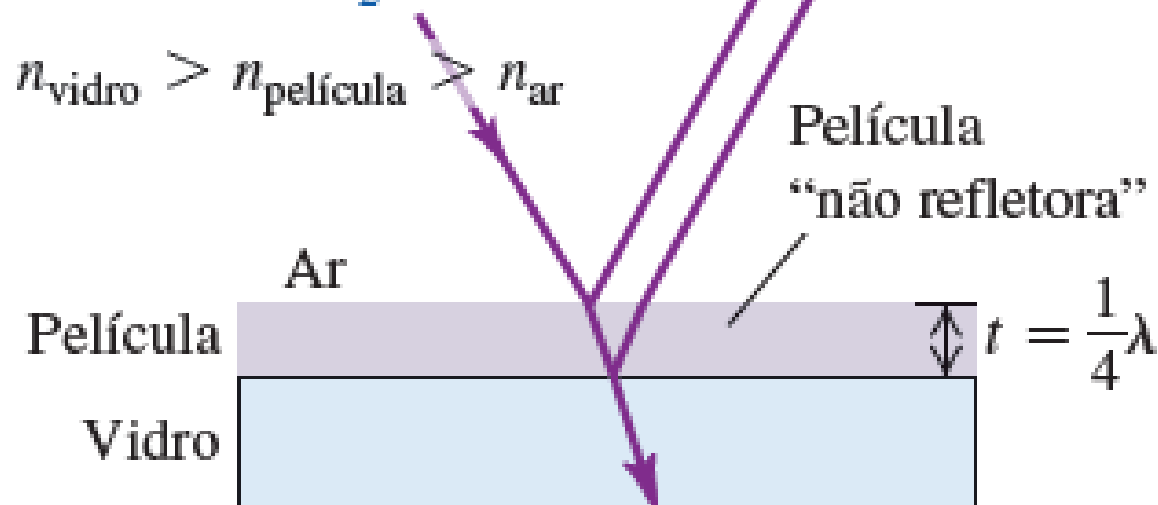
- **Revestimento refletor e não refletor**
- O **revestimento não refletor** da superfície de uma lente usa a interferência em película fina.
- Se um material com espessura de um quarto de comprimento de onda e índice de refração maior que o do vidro é depositado sobre a superfície do vidro, a refletividade aumenta e o material depositado recebe o nome de **revestimento refletor**.
- Nesse caso, há uma diferença de fase de meio ciclo na reflexão na interface ar–película, porém não existe defasagem na interface película–vidro e as reflexões nas duas superfícies da película fina produzem interferência construtiva.



Interferência em películas finas

Uma interferência destrutiva ocorre quando

- a película tem cerca de $\frac{1}{4}\lambda$ de espessura e
- a luz passa por uma mudança de fase em ambas as superfícies refletoras de modo que as duas ondas refletidas emergem da película com uma defasagem de cerca de $\frac{1}{2}$ ciclo.



Interferência em películas finas

O Interferômetro de Michelson

- O *interferômetro de Michelson* é um importante dispositivo experimental que aplica o efeito da interferência.
- Os interferômetros de Michelson têm servido para a determinação precisa de comprimentos de onda e de distâncias muito curtas, como as minúsculas variações da espessura de um axônio quando um impulso nervoso se propaga ao longo de seu comprimento.
- Assim como no caso da experiência da fenda dupla de Young, um interferômetro de Michelson recebe um feixe de luz monocromática proveniente de uma única fonte e o divide em dois feixes que seguem caminhos diferentes.

Interferência em películas finas

Exemplo 24: Um material geralmente usado em revestimentos de lentes é o fluoreto de magnésio (MgF_2), de $n = 1,38$. Qual deve ser a espessura de uma película não refletora para luz de 550 nm quando ela é aplicada sobre uma placa de vidro com $n = 1,52$?

Solução: Um revestimento com película *não refletora* tem um índice de refração intermediário entre o do vidro e o do ar, como tratado na questão. Com isso, a espessura deve ser $\frac{1}{4}\lambda$ dessa luz no revestimento.

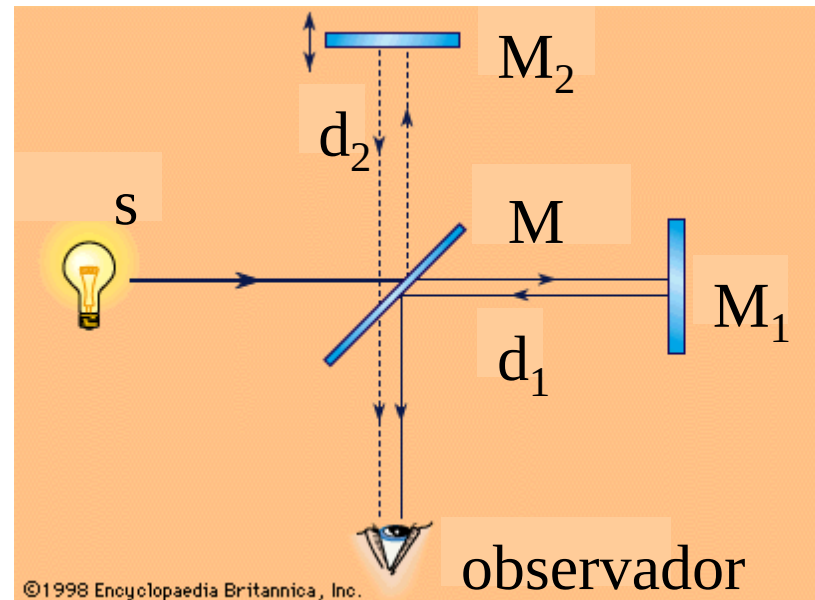
$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = \frac{550 \text{ nm}}{1,38} = 400 \text{ nm}$$

$$t = \frac{1}{4}\lambda = \frac{400 \text{ nm}}{4} = 100 \text{ nm}$$

Interferência em películas finas

O Interferômetro de Michelson

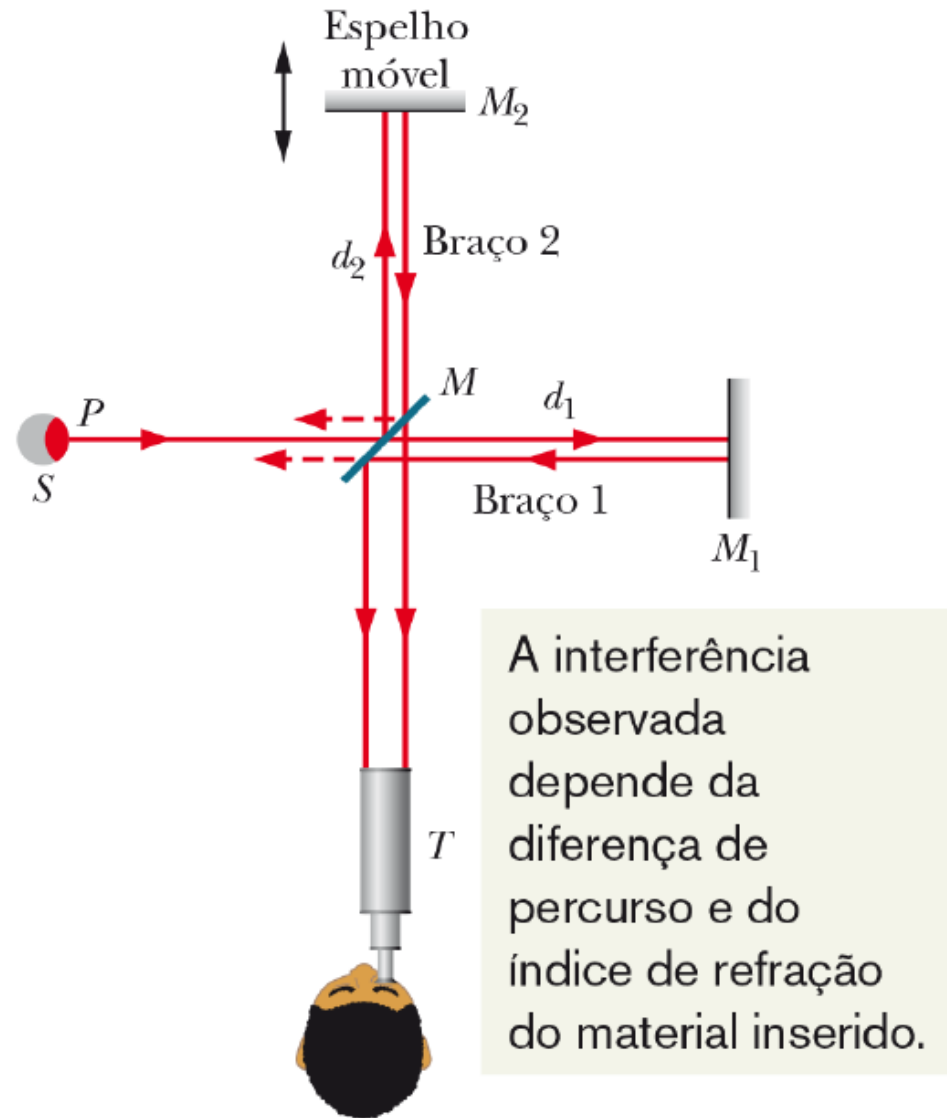
- Na experiência de Young, essa tarefa é realizada enviando-se uma parte do feixe para uma fenda e a outra parte para a outra fenda; no interferômetro de Michelson, usa-se um dispositivo chamado de divisor de feixe.
- Nessas duas experiências, a interferência ocorre quando os dois feixes são recombinados.



Interferência em películas finas

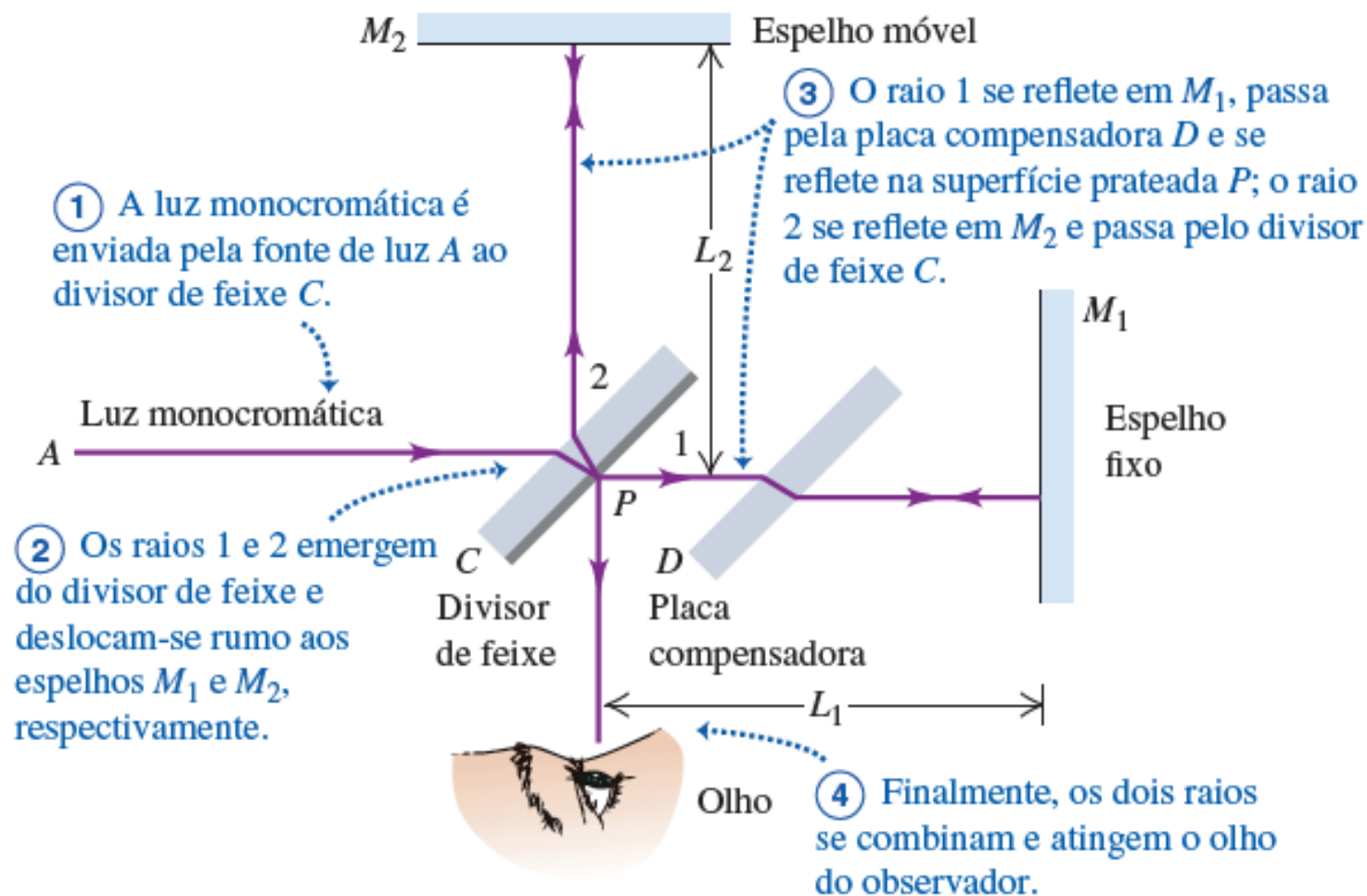
O Interferômetro de Michelson

- Mostrando o caminho seguido pela luz que parte do ponto P de uma fonte S .
- O espelho M divide a luz em dois raios, que são refletidos pelos espelhos M_1 e M_2 de volta para M e daí para o telescópio T .
- No telescópio o observador vê uma figura de interferência.



Interferência em películas finas

- A modificação da figura de interferência pode ser causada pela introdução de uma substância transparente no caminho de um dos raios.



Interferência em películas finas

- A modificação da figura de interferência pode ser causada pela introdução de uma substância transparente no caminho de um dos raios.

$N_m \rightarrow$ Número de λ percorrido dentro do material

$$N_m = \frac{2t}{\lambda_n} \quad \text{Como } \lambda_n = \frac{\lambda}{n} \rightarrow N_m = \frac{2t n}{\lambda}$$

$N_a \rightarrow$ Número de λ percorrido antes do bloco ser introduzido

$$N_a = \frac{2t}{\lambda}$$

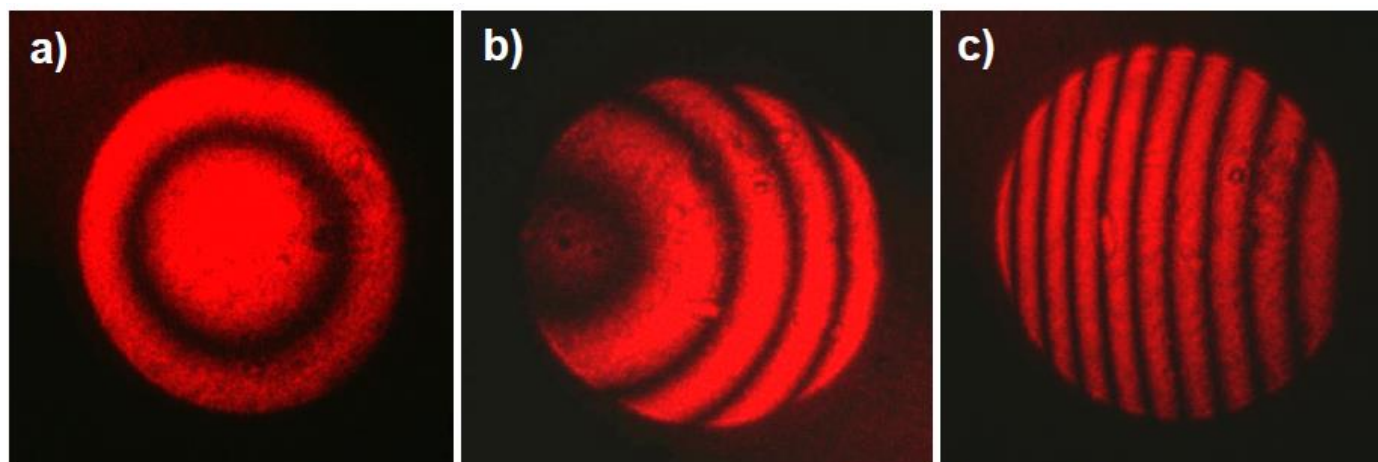
Mudança de fase pela introdução do bloco

$$N_m - N_a = \frac{2t n}{\lambda} - \frac{2t}{\lambda} = \frac{2t}{\lambda} (n - 1)$$

Interferência em películas finas

O Interferômetro de Michelson

- Para cada variação de 1λ a figura de interferência é deslocada de uma franja.
- Observando quantas franjas foi o deslocamento da figura de interferência quando o bloco é introduzido e substituindo $N_m = N_a$, é possível determinar a espessura t do bloco em termos de λ .
- Usando essa técnica é possível medir a espessura de objetos transparentes em termos de λ .



Padrões de interferência observados quando os espelhos estão alinhados (a) e ligeiramente desalinhados (b e c).