Física IV

INSTITUTO FEDERAL
SUL-RIO-GRANDENSE

PELOTAS

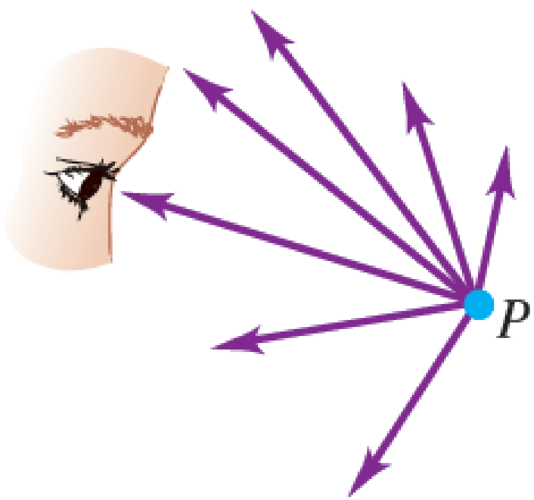
Óptica Geométrica

Prof. Nelson Luiz Reyes Marques

Reflexão e refração em uma superfície plana

- Chamamos de objeto qualquer coisa da qual emanem raios de luz.

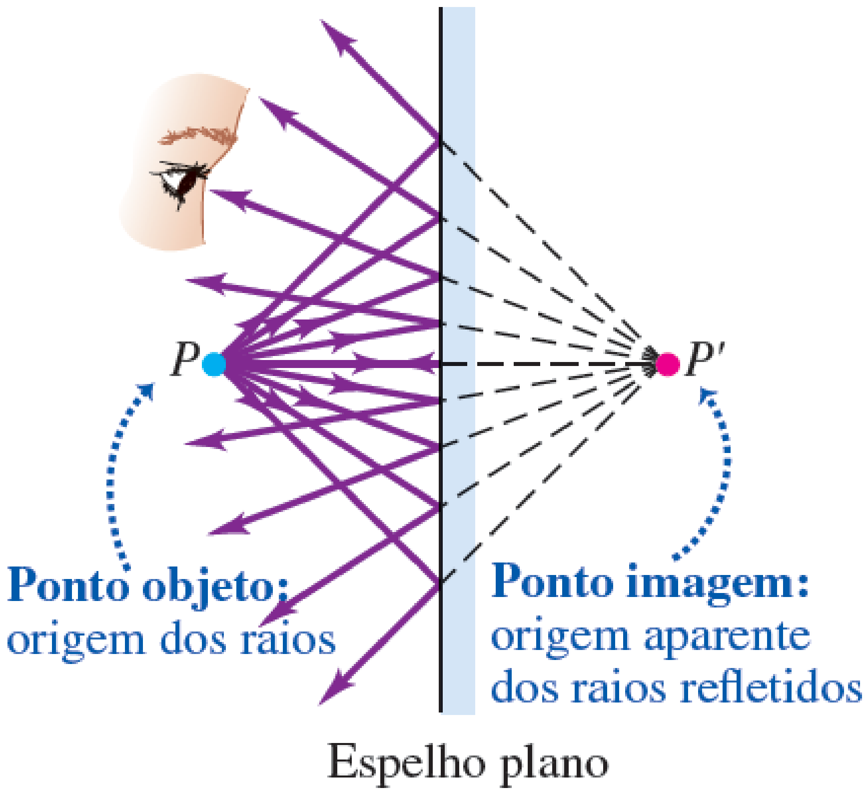
- Para que alguém possa ver um objeto, é preciso que os olhos interceptem alguns dos raios luminosos que partem do objeto e os redirecione para a retina. O sistema visual identifica arestas, orientações, texturas, formas e cores, e oferece à consciência uma imagem (uma reprodução obtida a partir de raios luminosos) do objeto.



Reflexão e refração em uma superfície plana

- Raios de luz vindos do objeto no ponto *P* são refletidos em um espelho plano.

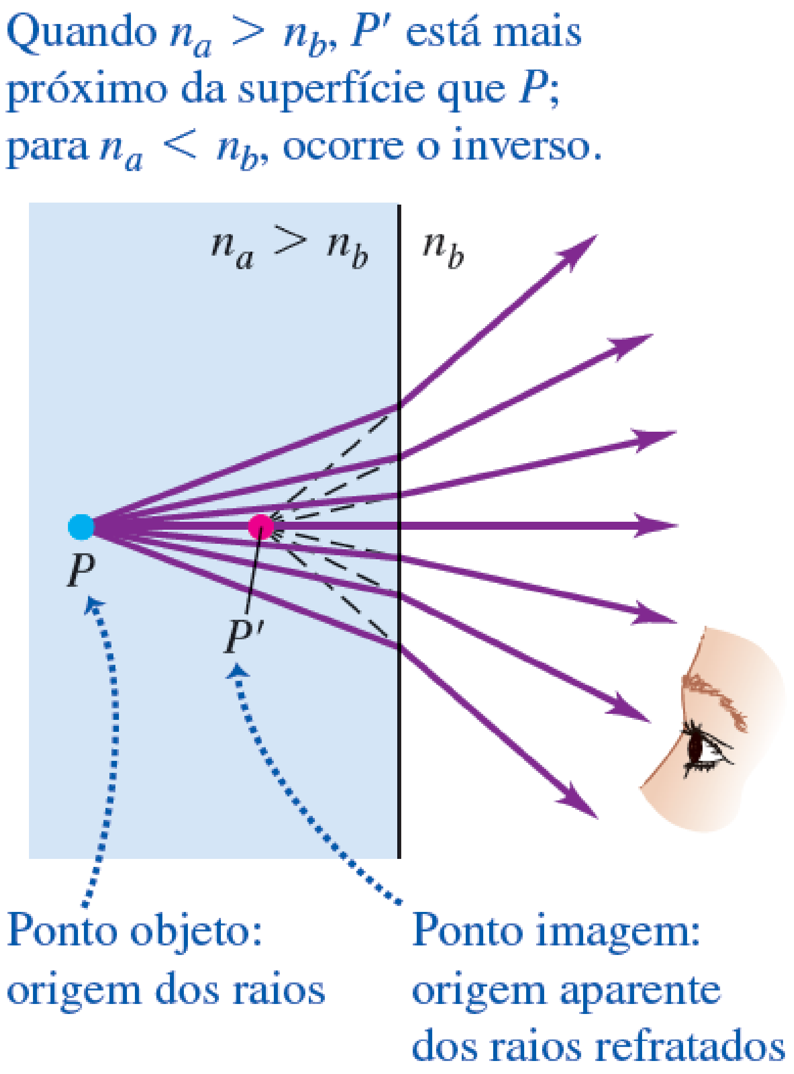
- Os raios refletidos entrando no olho parecem vir do ponto imagem *P′*.



Reflexão e refração em uma superfície plana

- Os raios de luz do objeto no ponto *P* são refratados na interface plana.

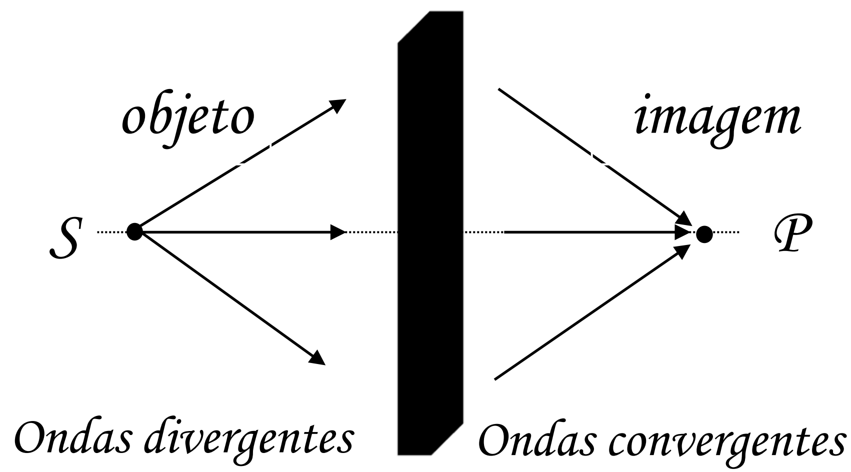
- Os raios refratados que entram no olho parecem vir do ponto imagem *P'*.



Reflexão e refração em uma superfície plana

- Objetos e Imagem – Num sistema óptico ideal cada ponto (objeto) do espaço tridimensional tem uma imagem perfeita (ou estigmática) num outro espaço.

Devido ao princípio da reversibilidade a imagem de um objeto em P forma-se em S (par de pontos conjugados)

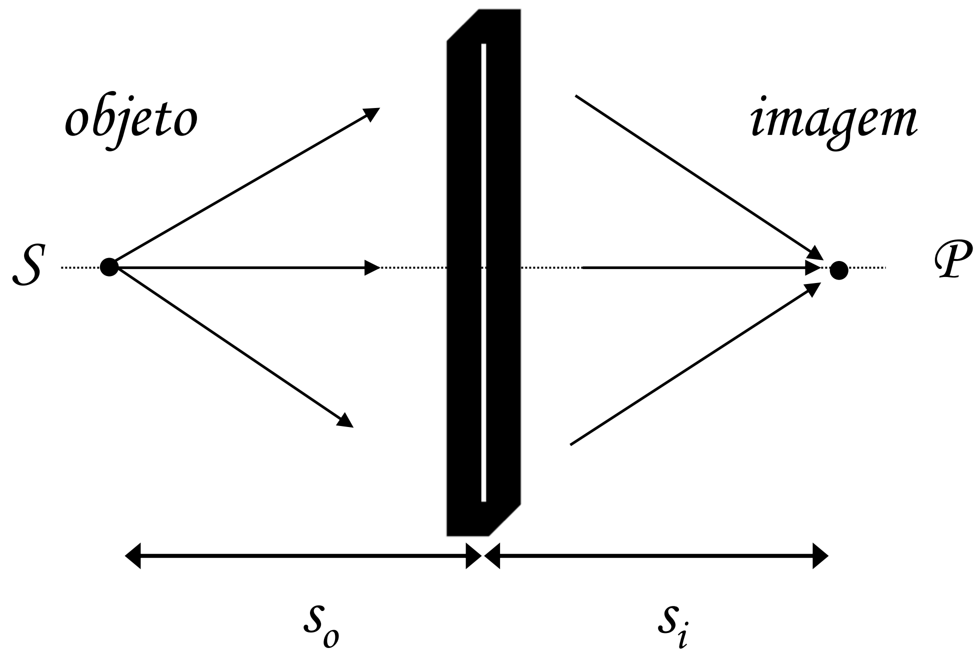


Quando a imagem pode ser obtida por projeção do feixe luminoso sobre um anteparo, diz-se REAL, caso contrário diz-se VIRTUAL

Todos os raios emergentes de uma fonte pontual, num cone paraxial convergem no mesmo ponto imagem

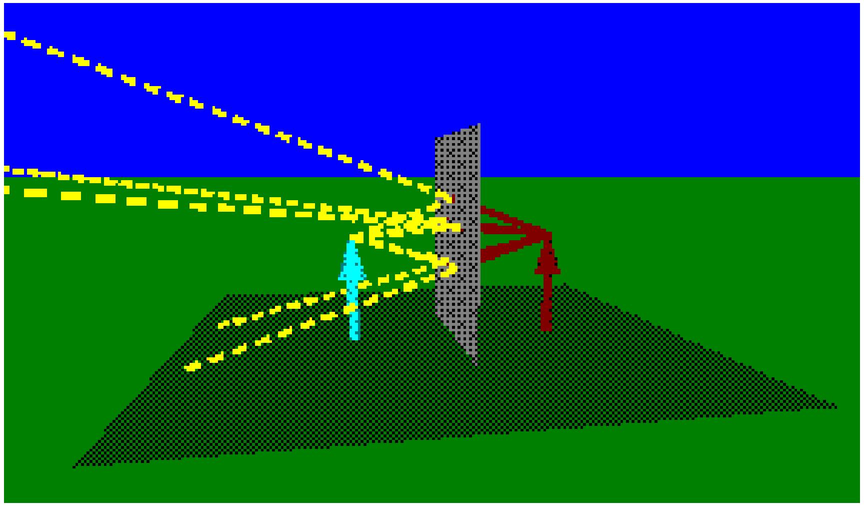
Reflexão e refração em uma superfície plana

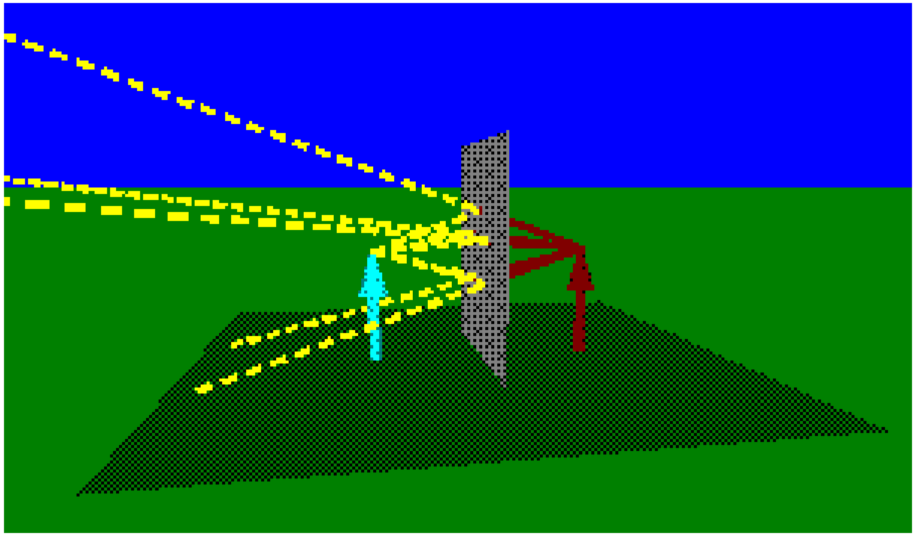
- Objetos e Imagem – Num sistema óptico ideal cada ponto (objeto) do espaço tridimensional tem uma imagem perfeita (ou estigmática) num outro espaço.



Ampliação Lateral ou Transversa - $$m = -\frac{s_i}{s_o} = \frac{y_i}{y_o} = \frac{y'}{y'}$$

Reflexão e refração em uma superfície plana

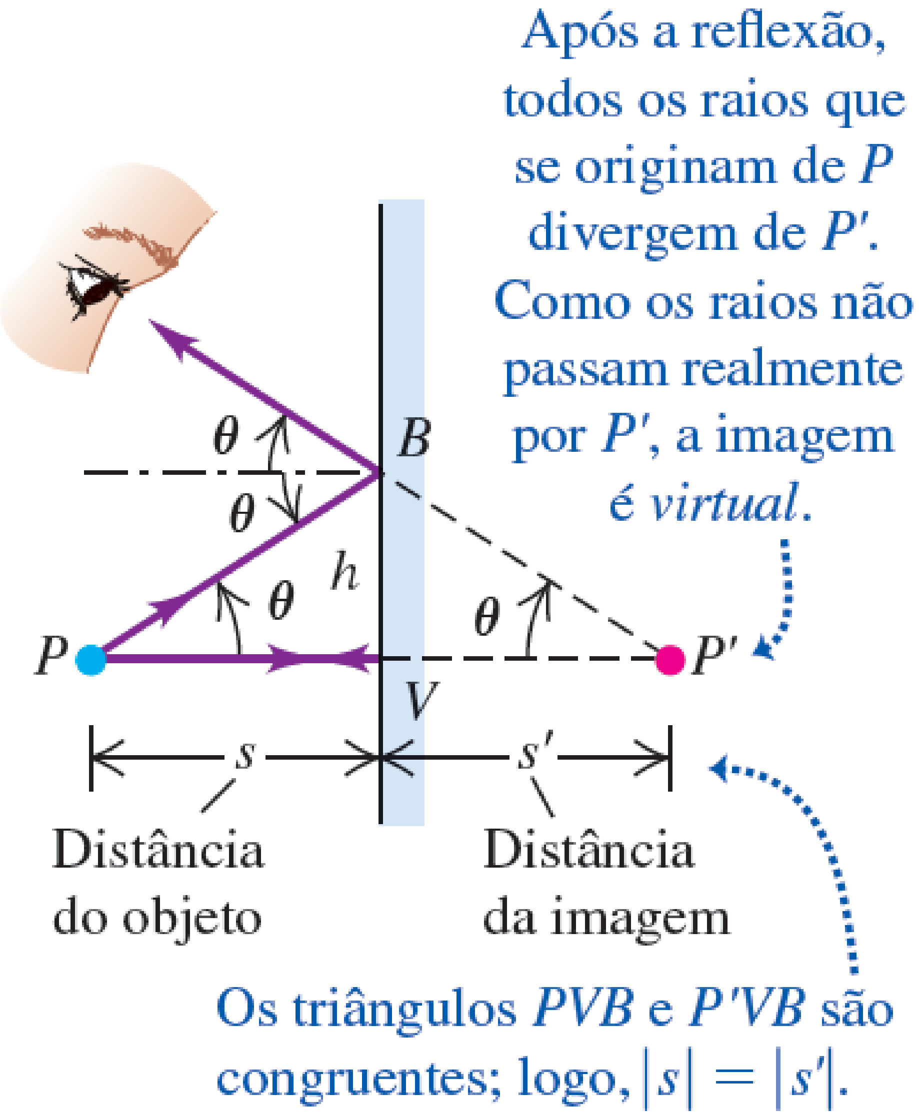




Formação da imagem em um espelho plano

- Construção para determinar o local da imagem formada por um espelho plano.

- O ponto imagem P' atrás do espelho está na mesma distância do espelho que o ponto objeto P na frente dele.



Formação da imagem em um espelho plano

Regras de sinais

- Regra do sinal para a distância do objeto: quando o objeto está no mesmo lado da luz que incide sobre a superfície refletora ou refratora, a distância do objeto ***s*** é positiva; caso contrário, é negativa.

- Regra do sinal para a distância da imagem: quando a imagem está no mesmo lado da luz que emerge da superfície refletora ou refratora, a distância da imagem **s'** é positiva; caso contrário, é negativa.

- Regra do sinal para o raio de curvatura de uma superfície esférica: quando o centro de curvatura ***C*** está no mesmo lado da luz que emerge da superfície refletora ou refratora, o raio de curvatura é positivo; caso contrário, é negativo.

Formação da imagem em um espelho plano

Regras de sinais

- A distância do objeto ***s*** é positiva porque o ponto objeto ***P*** está no lado da luz incidente sobre a superfície refletora (o esquerdo).
- A distância da imagem ***s'*** é negativa porque o ponto imagem P' não está no lado da luz que emerge da superfície refletora (o esquerdo).
- As distâncias ***s*** e ***s'*** são relacionadas por **s = -s'** (**espelho plano** – Figura a)

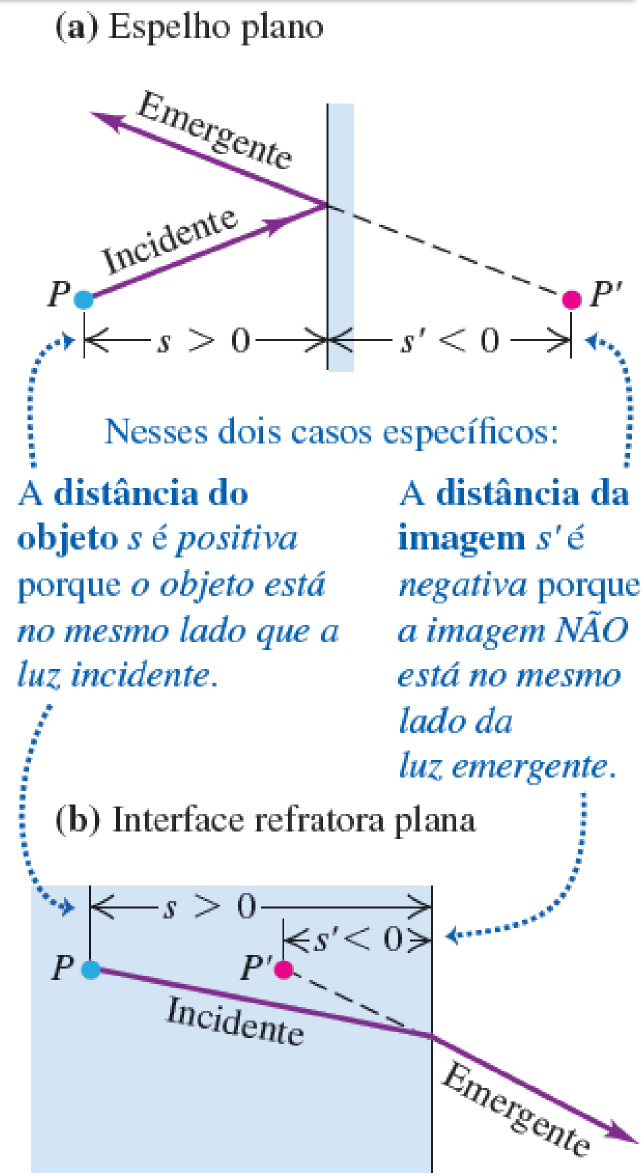
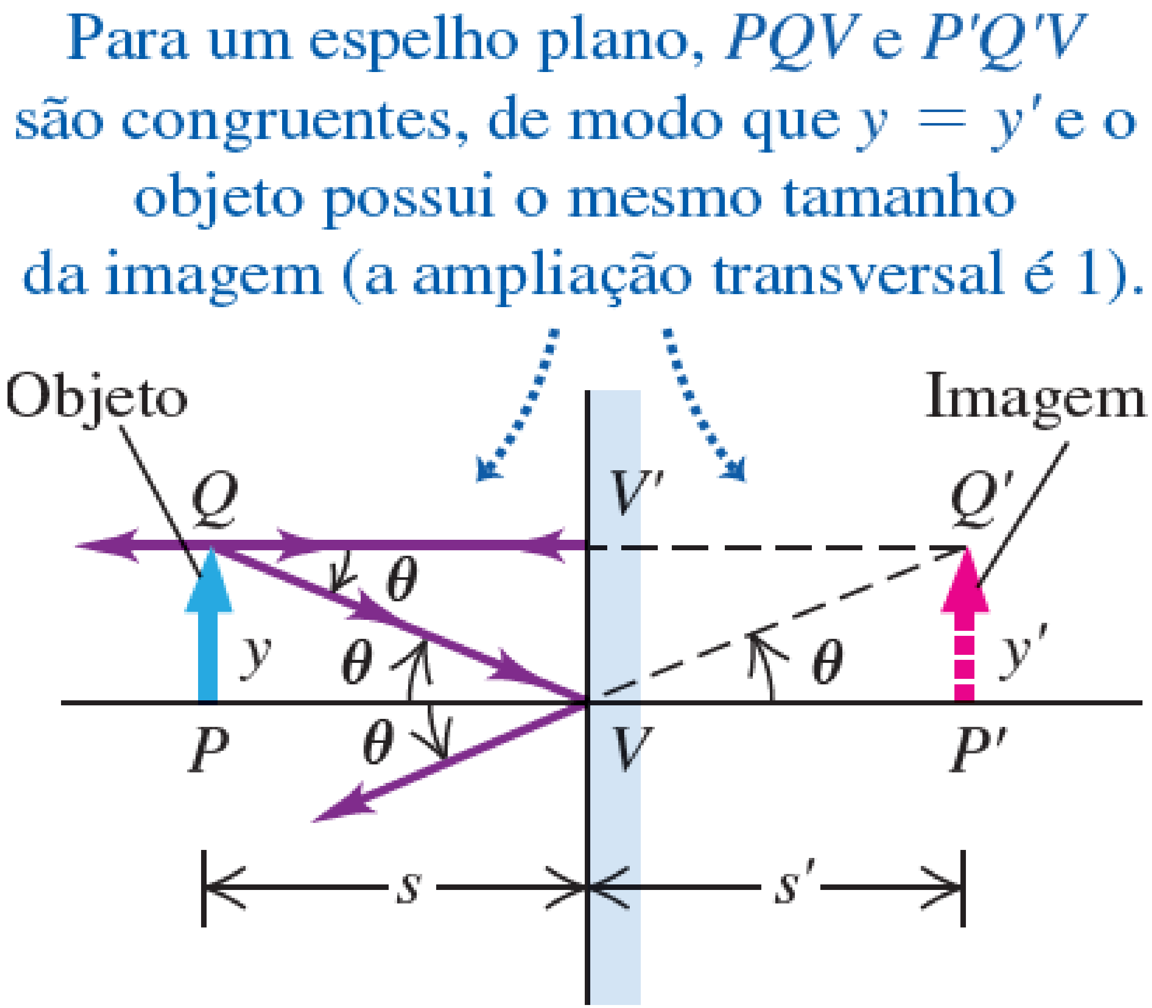


Imagem de um objeto extenso: espelho plano



- Para um **Objeto real**, a imagem é virtual direita e do mesmo tamanho.

Imagem de um objeto extenso: espelho plano

- A razão entre a altura da imagem e a altura do objeto, y'/y, em qualquer situação de formação de imagem, denomina-se **ampliação transversal** **m**; ou seja,

Ampliação lateral em uma situação de formação de imagem

$$m = \frac{y'}{y}$$

y': Altura da imagem

y: Altura do objeto

- Para um espelho plano, y = y', de modo que a ampliação transversal **m** é igual a 1. Quando você olha para um espelho plano, sua imagem no espelho possui o mesmo tamanho do seu corpo real.

Imagem de um objeto extenso: espelho plano

- A Figura mostra um objeto em três dimensões formando uma imagem virtual tridimensional em um espelho plano.
- O sentido aparente da imagem está relacionado com o sentido do objeto do mesmo modo que a mão esquerda está relacionada com a mão direita.

Uma imagem formada por um espelho plano é invertida de trás para frente: o polegar imagem $P'R'$ e o polegar objeto PR apontam em direções opostas.

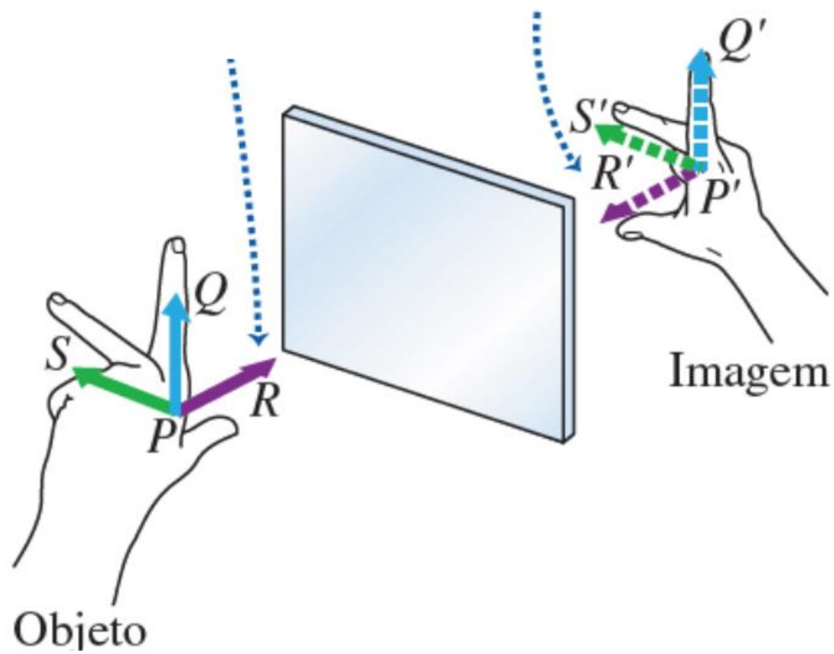


Imagem de um objeto extenso: espelho plano

- A imagem formada por um espelho plano é invertida; a imagem de uma mão direita é uma mão esquerda e assim por diante.
- As imagens das letras I, H e T estão invertidas?

Imagem de um objeto extenso: espelho plano

- Uma propriedade importante de todas as imagens formadas por superfícies refletoras ou refratoras é que uma *imagem* formada por uma superfície ou por um dispositivo ótico pode servir como o objeto para a formação de outra imagem em uma segunda superfície ou dispositivo.

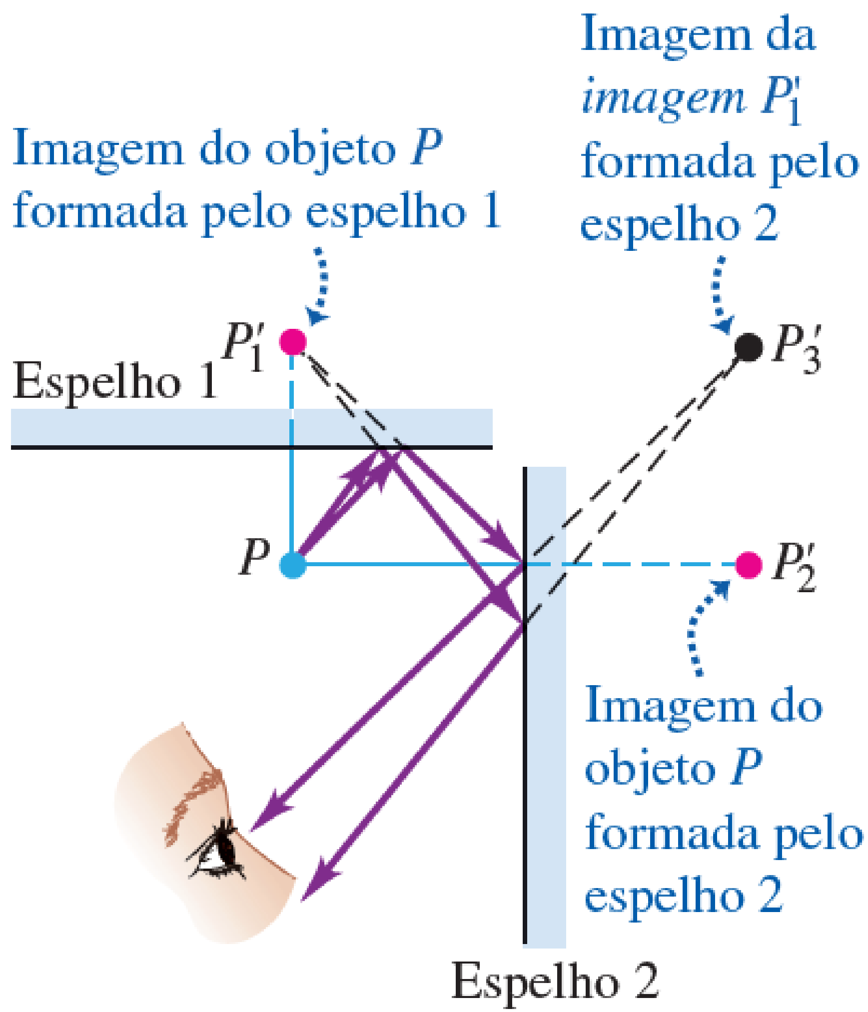
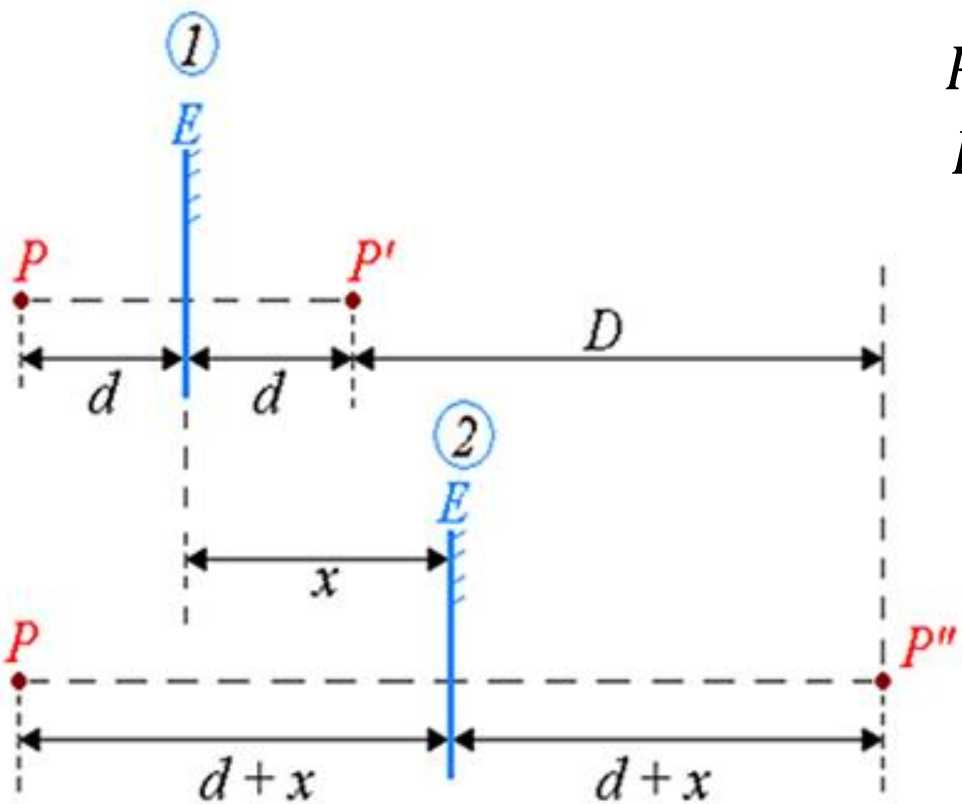


Imagem de um objeto extenso: espelho plano

- **Translação de um espelho plano**



$$PP' = 2d$$

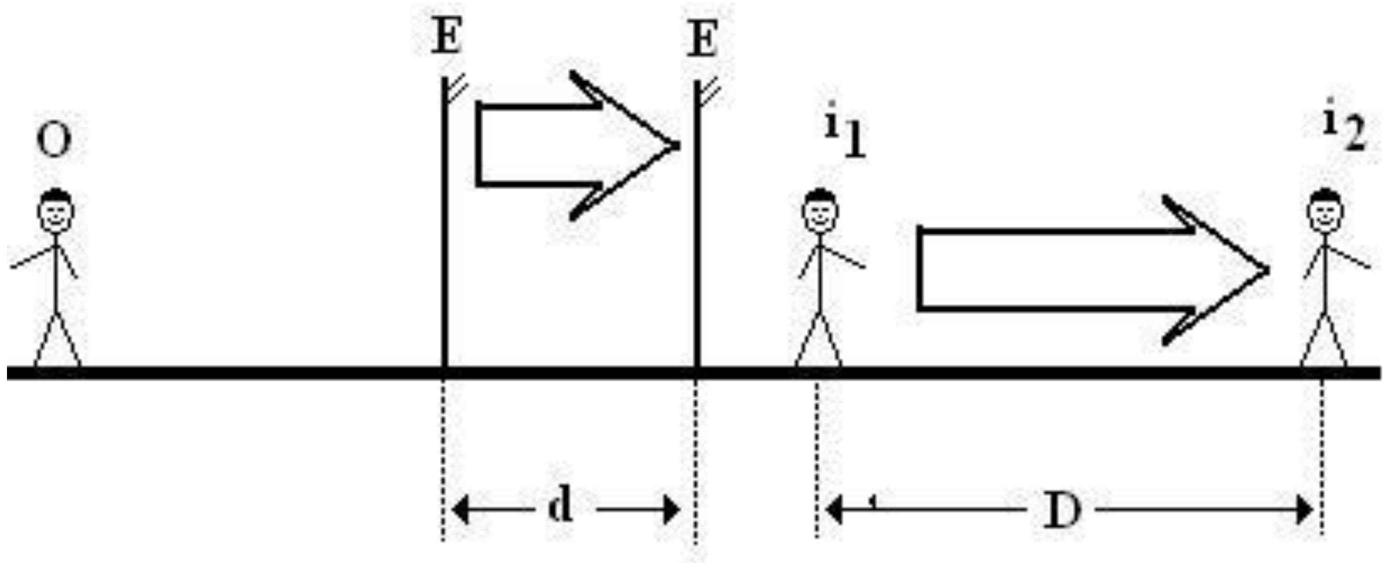
$$PP" = 2(d + x) = 2d + 2x$$

$$D = PP" - PP'$$

$$D = 2d + 2x - 2d$$

$$D = 2x$$

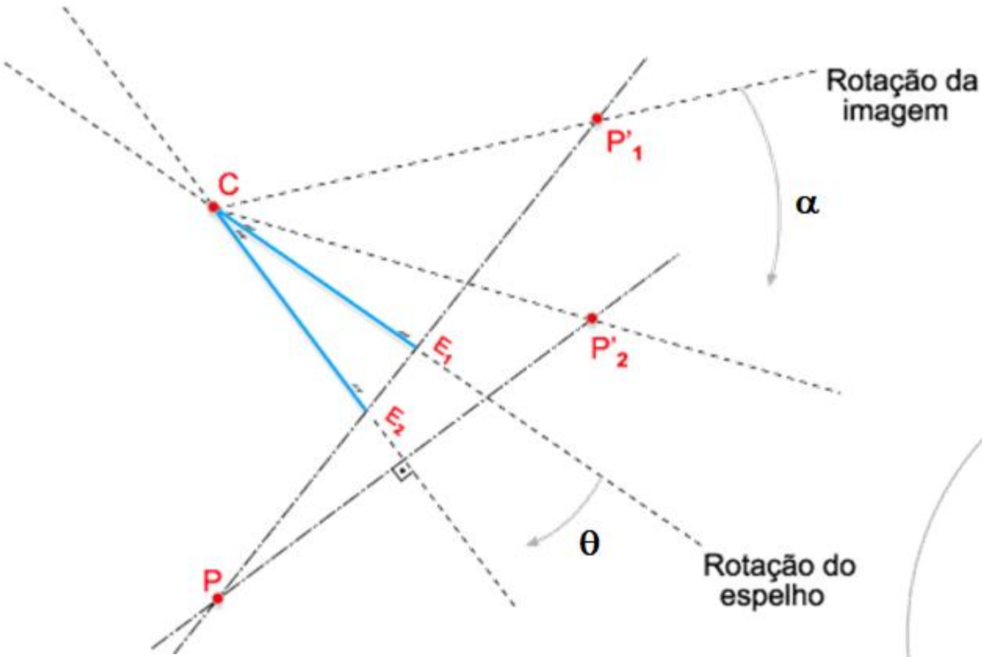
Imagem de um objeto extenso: espelho plano



- Quando um espelho plano se translada retilineamente de um distância d, a imagem de um objeto fixo se translada de 2d, no mesmo sentido.
- Quando um espelho plano se translada retilineamente, com velocidade de módulo V, a imagem de um objeto fixo se translada com velocidade de módulo 2V.

Imagem de um objeto extenso: espelho plano

- **Rotação de um espelho plano**



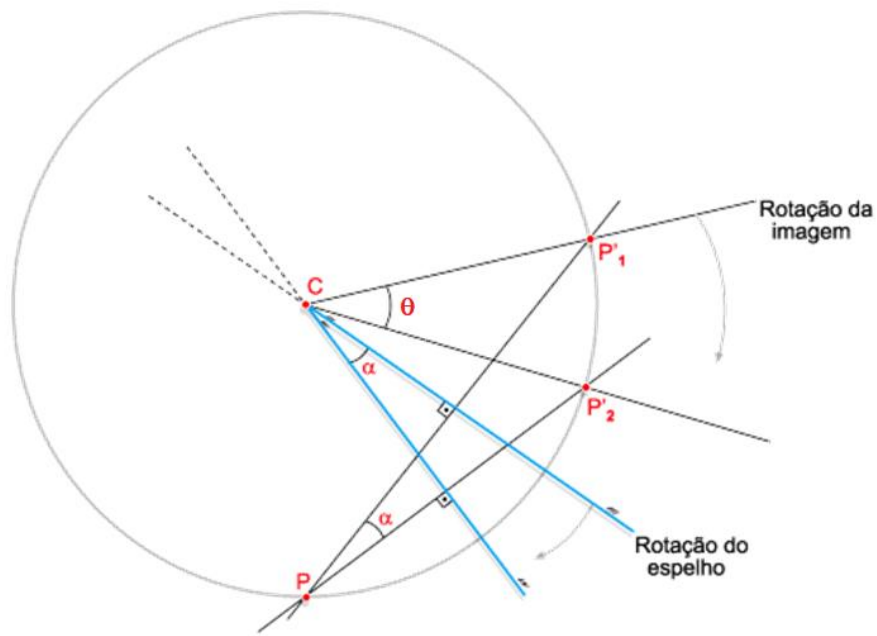
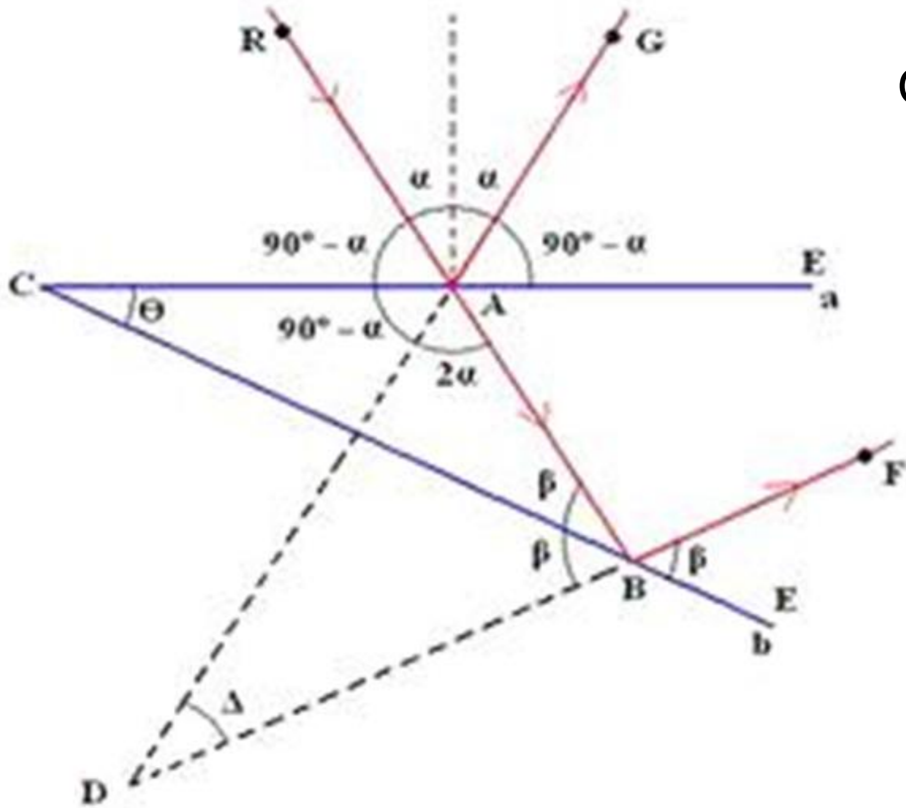


Imagem de um objeto extenso: espelho plano



Triângulo CAB

$$\theta + (90° - \alpha) + 2\alpha + \beta = 180°$$

Onde: $\theta = 90° - \alpha - \beta \ (I)$

Triângulo DBA

$$\Delta + 2\beta + 2\alpha = 180°$$

Onde: $\Delta = 180° - 2\alpha - 2\beta \ (II)$

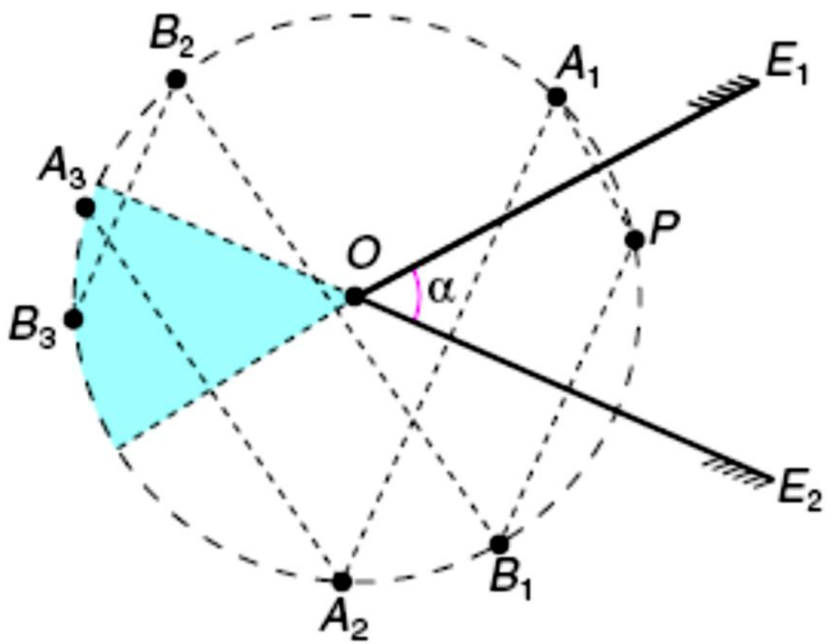
Comparando I e II, temos:

$$\Delta = 2\theta$$

O desvio angular do raio refletido é o dobro do ângulo de rotação do espelho.

Imagem de um objeto extenso: espelho plano

➢ Associação de dois espelhos planos (angular).



$$N = \frac{360^0}{\alpha} - 1$$

Onde:
N = número de imagens

- Quando a expressão $\frac{360°}{\alpha}$ for um número par, o ponto objeto P poderá assumir qualquer posição entre os dois espelhos.
- Se a expressão $\frac{360°}{\alpha}$ for um número ímpar, o ponto objeto P, deverá ser posicionado no plano bissetor de α.

Imagem de um objeto extenso: espelho plano

- Por razões de simetria, o ponto objeto e os pontos imagem ficam situados sobre uma circunferência.
- Embora não seja possível resolver a equação para $\alpha = 0$, o que significaria espelhos paralelos, a medida que α diminui infinitamente, cada vez mais próximo de zero, o número de imagens aumenta infinitamente.

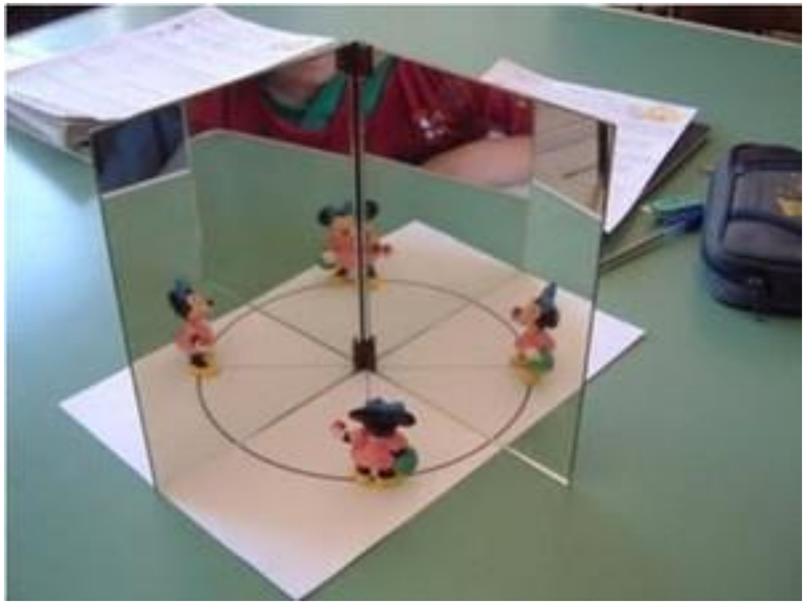
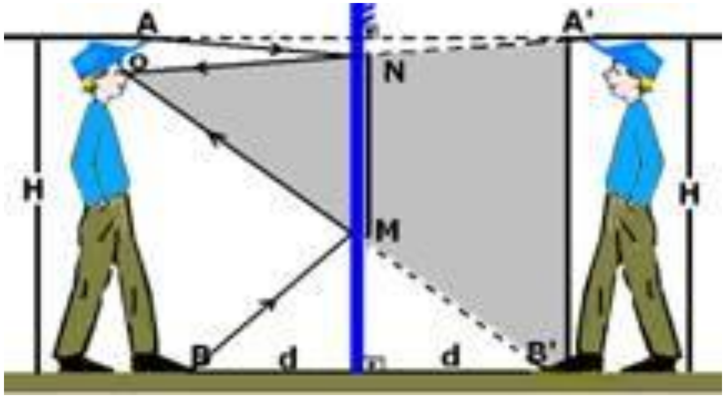
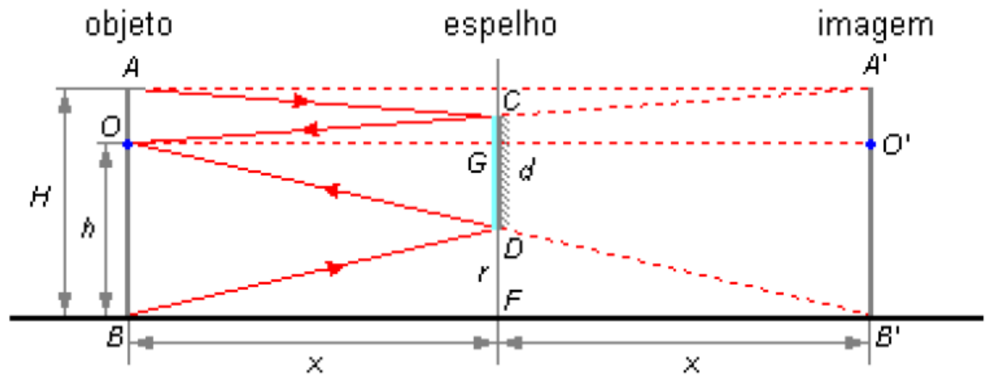


Imagem de um objeto extenso: espelho plano

- A menor altura do espelho para que o observador possa se ver de corpo inteiro?





$$\Delta OCD \sim \Delta OA'B'$$

$$\frac{\overline{CD}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{OG}}{\overline{OO'}}$$

$$\frac{d}{H} = \frac{x}{2x}$$

$$\boxed{d = \frac{H}{2}}$$

$$\Delta B'DF \sim \Delta B'OB$$

$$\frac{\overline{DF}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{B'F}}{\overline{B'B}}$$

$$\frac{r}{h} = \frac{x}{2x}$$

$$\boxed{r = \frac{h}{2}}$$

Superfícies Refletoras Esféricas

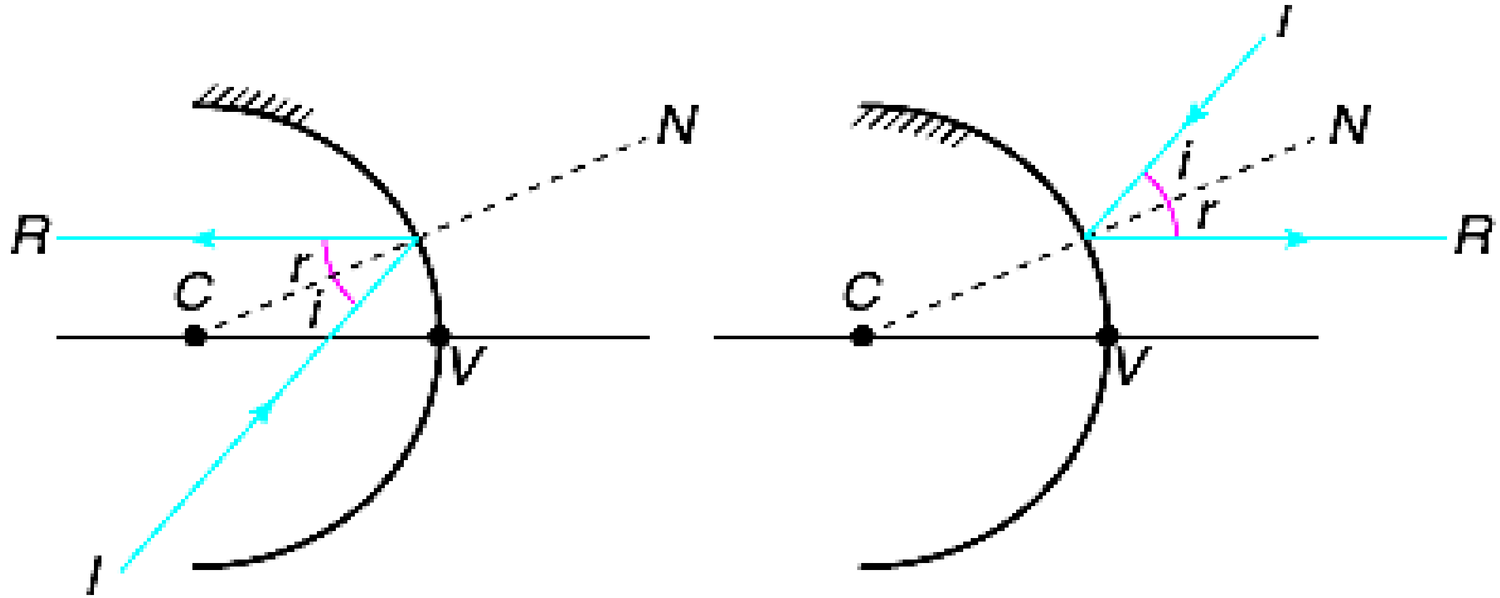
Espelho Côncavo

Espelho Convexo

Superfícies Refletoras Esféricas

Espelhos esféricos

É toda calota esférica em que uma de suas superfícies é refletora.



espelho côncavo

espelho convexo

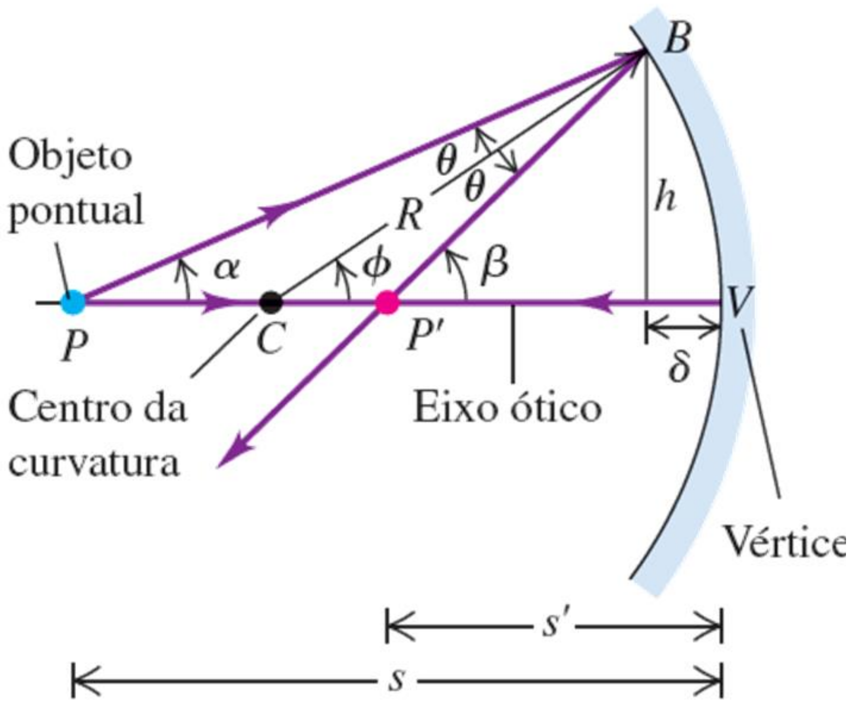
Óptica Geométrica

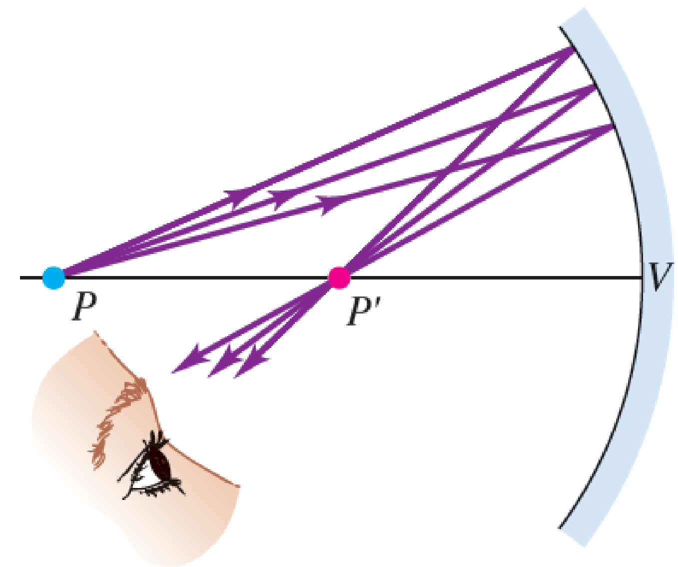
Capítulo 34

Superfícies Refletoras Esféricas

Espelhos Côncavos

- O olho vê alguns dos raios refletidos e os interpreta como se eles emanassem de uma fonte em *P'*:

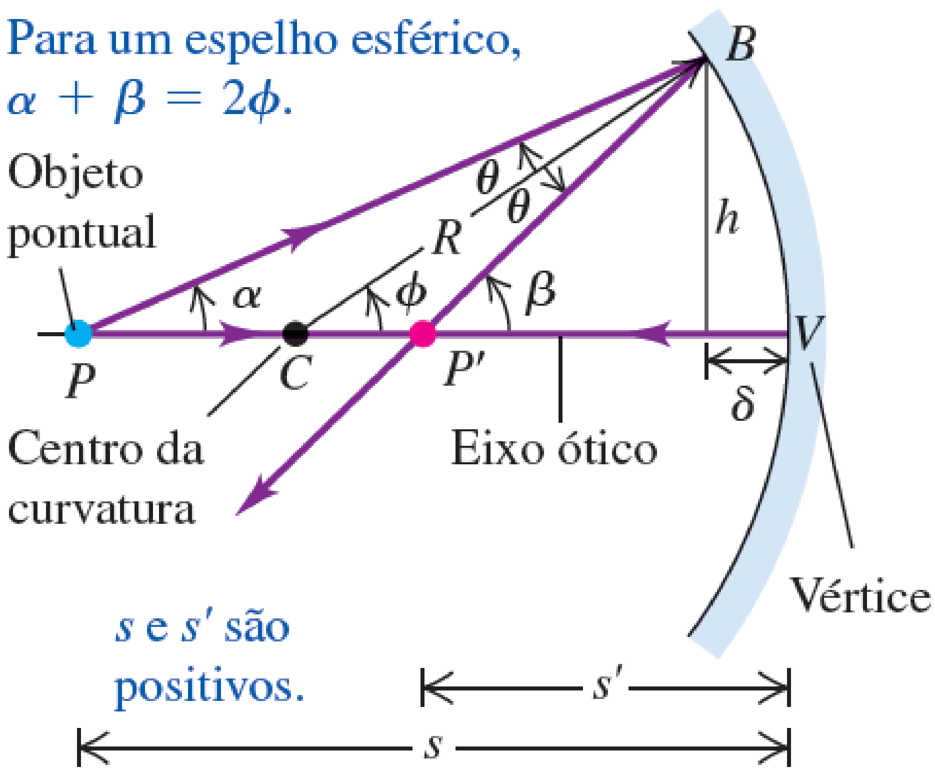




Todos os raios de P que possuem um ângulo α pequeno passam por P', formando uma imagem real.

Superfícies Refletoras Esféricas

Como o ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos dois ângulos internos opostos:



$$\alpha + \theta = \phi \rightarrow \ \theta = \phi - \alpha$$

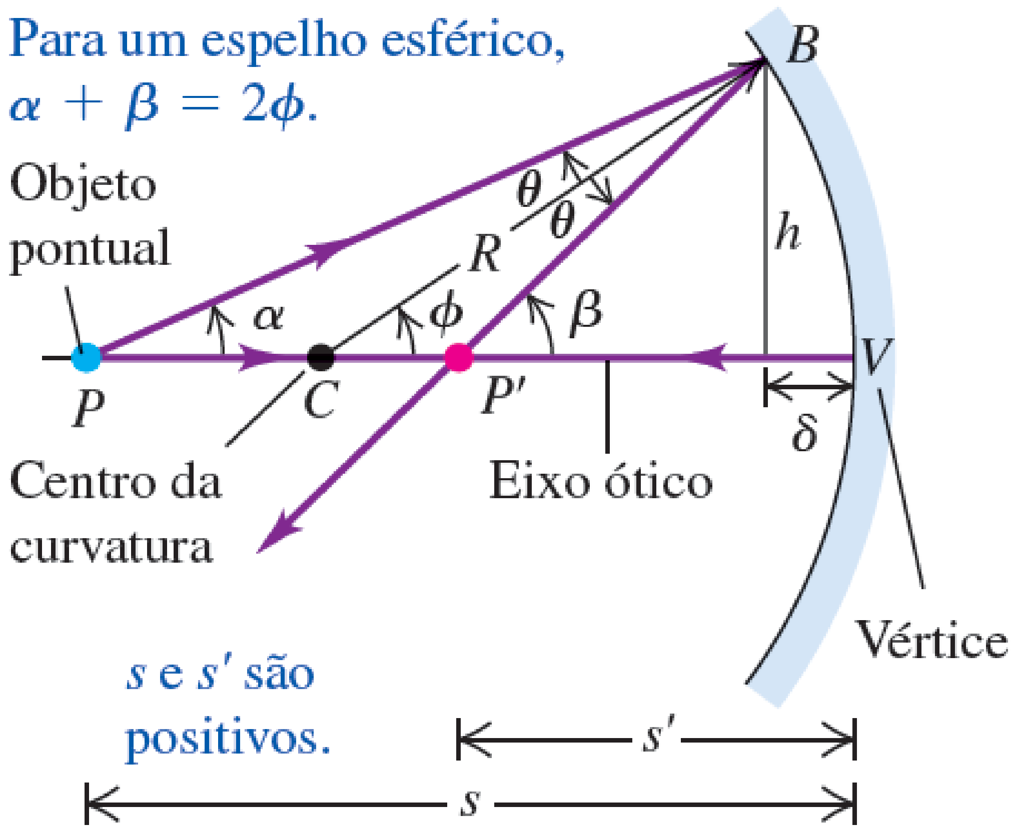
$$\phi + \theta = \beta$$

$$\phi + (\phi - \alpha) = \beta$$

$$\boxed{\alpha + \beta = 2\phi}$$

Superfícies Refletoras Esféricas

Calcular a distância da imagem **s'**:



$$\tan\alpha = \frac{h}{s-\delta}$$

$$\tan\beta = \frac{h}{s'-\delta}$$

$$\tan\phi = \frac{h}{R-\delta}$$

Superfícies Refletoras Esféricas

- Se o ângulo a for pequeno, os ângulos α e β também serão. A tangente de um ângulo muito menor que um radiano é aproximadamente igual ao próprio ângulo (medido em radianos), de modo que podemos substituir, nas equações anteriores, tan α por α e assim por diante.

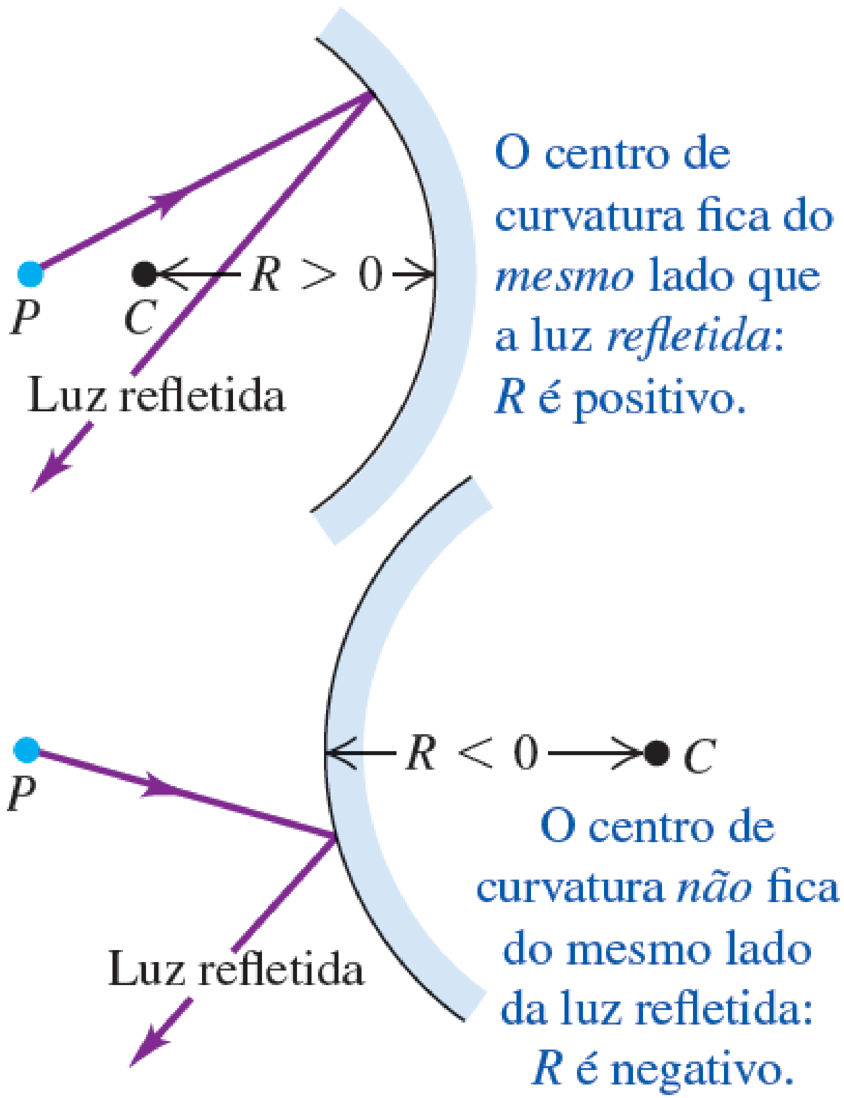
- Além disso, quando o ângulo α é pequeno, é possível desprezar a distância em comparação (δ) com s, s' e R.

$$\alpha = \frac{h}{s} \qquad \beta = \frac{h}{s'} \qquad \phi = \frac{h}{R}$$

$$\alpha + \beta = 2\phi \rightarrow \frac{h}{s} + \frac{h}{s'} = 2\frac{h}{R} \rightarrow \qquad \boxed{\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}}$$

Superfícies Refletoras Esféricas

- A regra de sinais para o raio de um espelho esférico:



Superfícies Refletoras Esféricas

- **Foco e distância focal**

Quando o ponto objeto **P** está muito longe do espelho esférico ($s = \infty$), os raios incidentes são paralelos. A distância s' nesse caso é dada por:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \rightarrow \frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R}$$

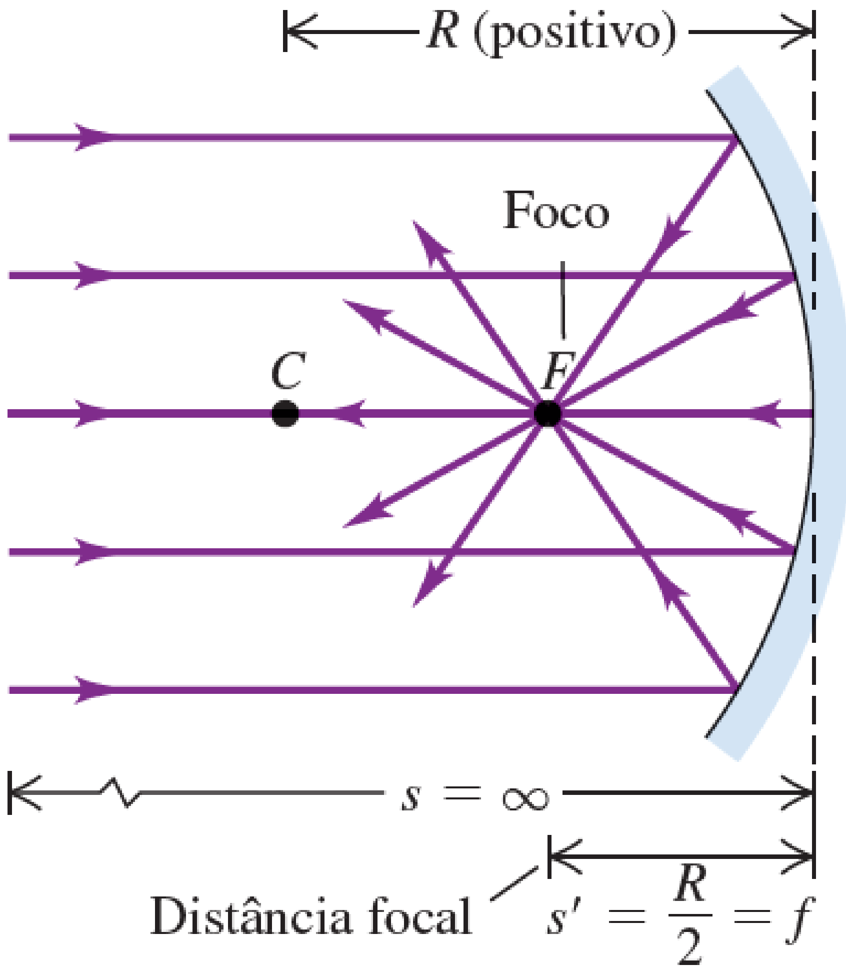
$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{s'} = \frac{2}{R} \rightarrow s' = \frac{R}{2} \rightarrow distância\ focal\ (f)$$

$$\boxed{distância\ focal\ (f) \rightarrow f = \frac{R}{2}}$$

- **Quando o objeto estiver no infinito a imagem forma-se no foco.**

Superfícies Refletoras Esféricas

- Todos os raios incidentes paralelos em um espelho esférico se refletem passando pelo foco



Superfícies Refletoras Esféricas

- **Agora o objeto é colocado no ponto focal F**

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R} \rightarrow \frac{1}{f}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R} \qquad f=\frac{R}{2} \rightarrow \frac{1}{f}=\frac{2}{R}$$

$$\frac{1}{f}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f} \quad \rightarrow \quad \frac{1}{s'}=0 \rightarrow s'=\infty$$

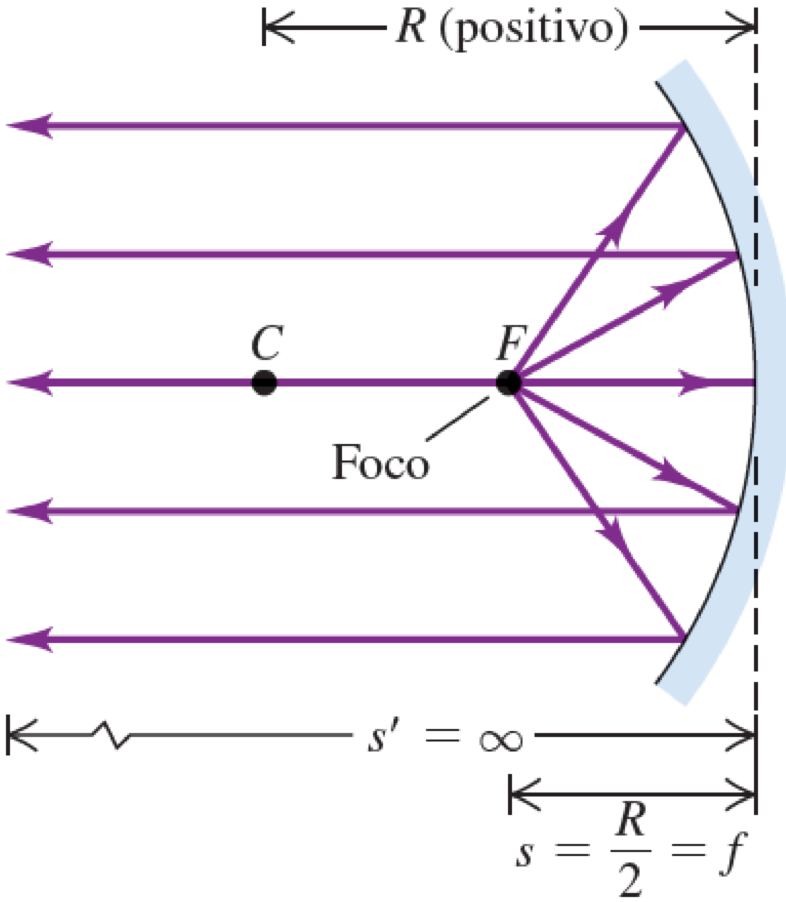
- **Quando o objeto estiver no foco a imagem forma-se no infinito.**

- Geralmente expressaremos a relação entre as distâncias da imagem e do objeto em termos da distância focal f :

$$\boxed{\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R} \rightarrow \frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{1}{f}}$$

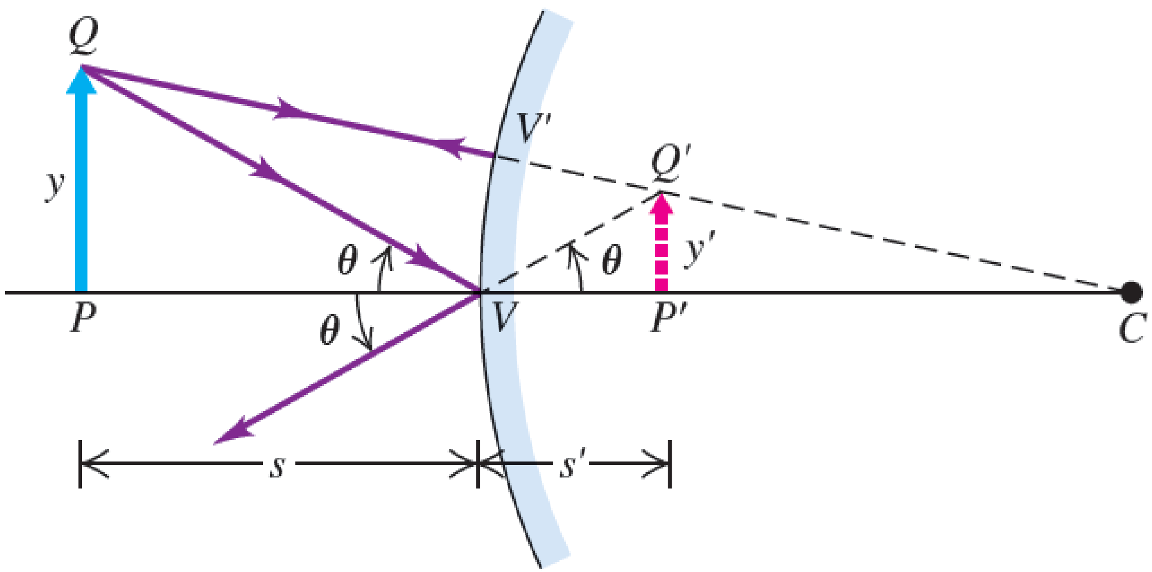
Superfícies Refletoras Esféricas

- Os raios que divergem do foco de um espelho se refletem e formam raios paralelos



Superfícies Refletoras Esféricas

- **Ampliação transversal (m)**



Comparando os triângulos PVQ e P'VQ'

$$\frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'} \quad \rightarrow \quad \boxed{m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}}$$

Superfícies Refletoras Esféricas

- **Exemplo 1**: O filamento da lâmpada de um farol de automóvel está a uma distância de 10,0 cm à frente de um espelho côncavo que forma uma imagem sobre uma parede situada a uma distância de 3,0 m do espelho. (a) Qual é o raio de curvatura e qual a distância focal do espelho? (b) Qual é a ampliação transversal? Qual é a altura da imagem sabendo que a altura do objeto é de 5,0 mm?

(a) s = 10,0 cm, s'= 3,0 m = 300 cm do espelho.

$$\frac{1}{s}+\frac{1}{s'}=\frac{2}{R} \rightarrow \frac{1}{10}+\frac{1}{300}=\frac{2}{R} \rightarrow R=19{,}35\ cm$$

Superfícies Refletoras Esféricas

(b) s = 10,0 cm, s'= 3,0 m = 300 cm do espelho.

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{300}{10} = -30$$

- Como m é negativa, a imagem está invertida.
- A altura da imagem é 30 vezes a do objeto:

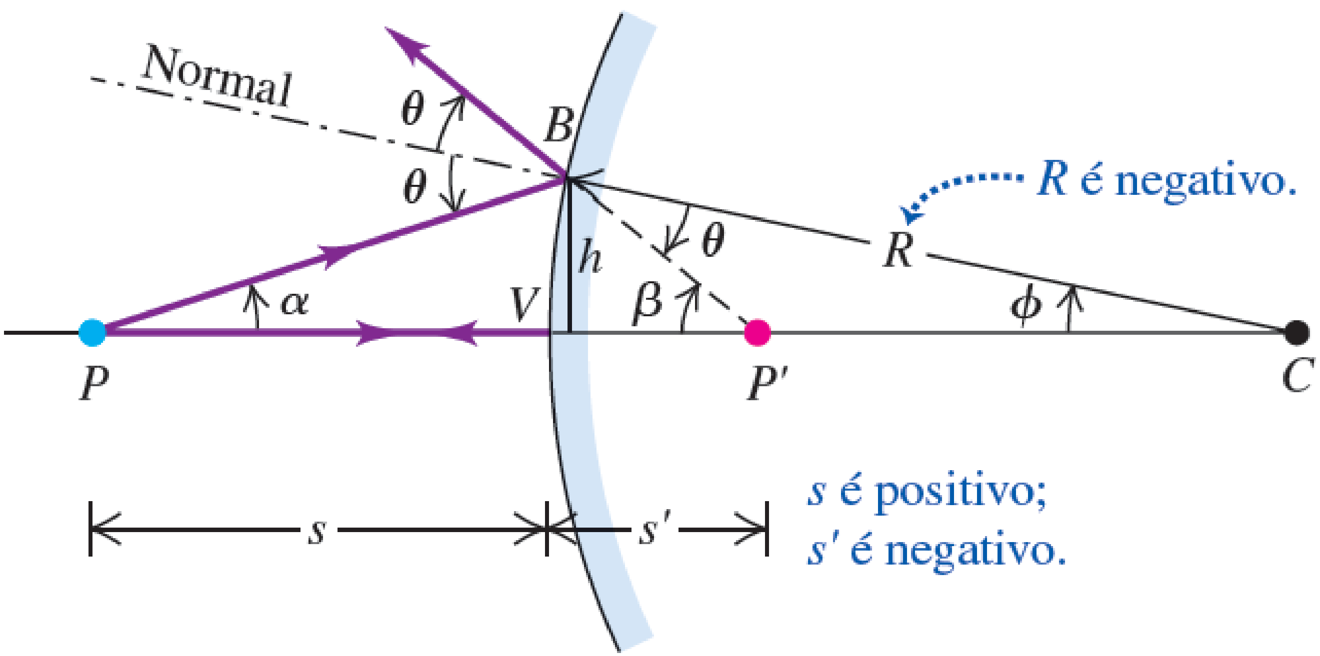
$$y' = 30 \cdot 5\, cm = 150\, cm$$

Superfícies Refletoras Esféricas

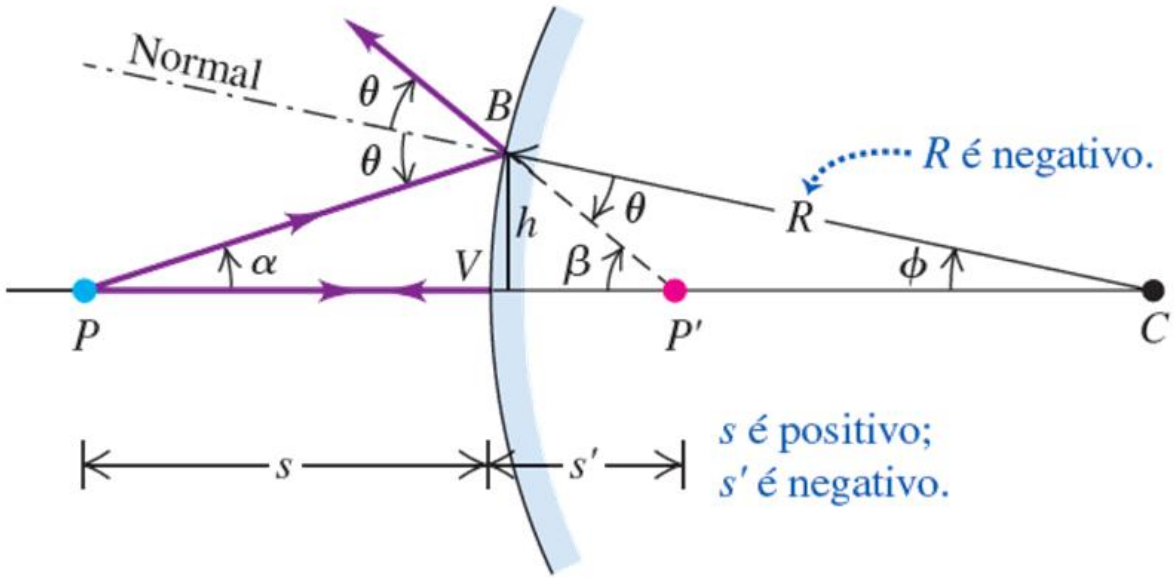
Espelhos Convexos

- O mesmo procedimento usado no caso do espelho côncavo é aplicável para mostrar que, no caso do espelho convexo, as expressões para a relação objeto–imagem e a ampliação transversal são:

(a) Construção para determinar a posição de uma imagem formada por um espelho convexo



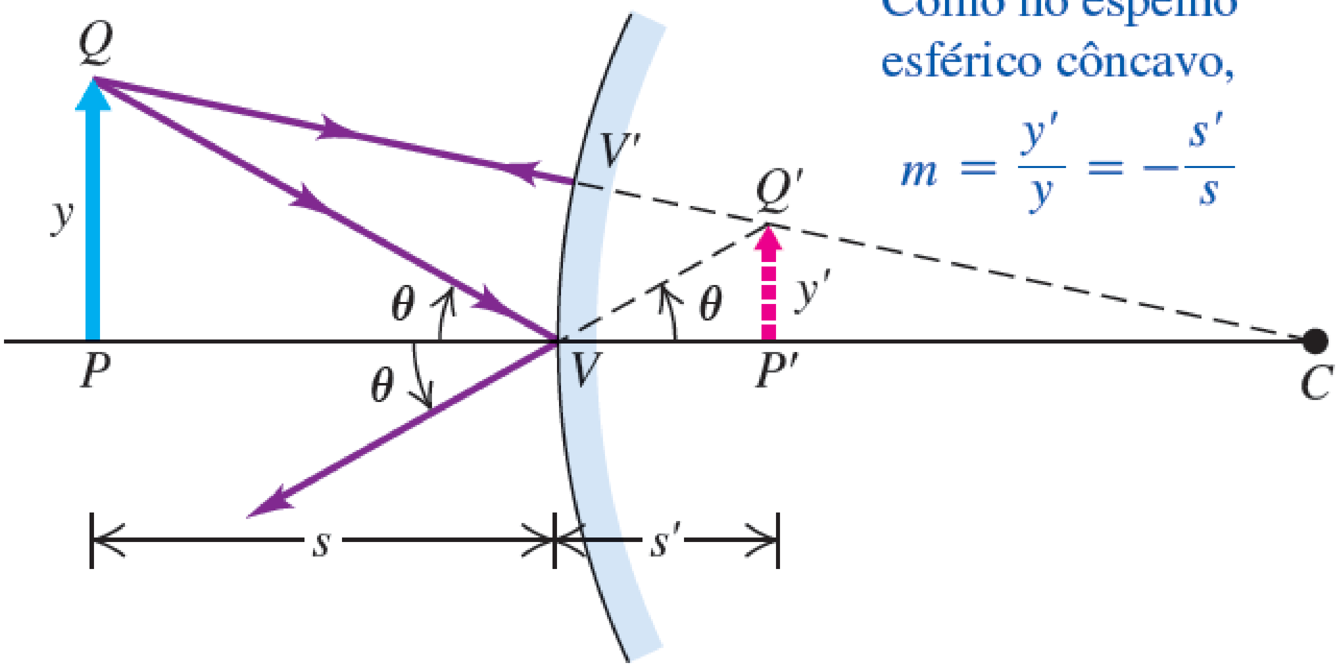
Superfícies Refletoras Esféricas



- Quando R é negativo (espelho convexo), os raios que incidem paralelamente ao eixo ótico não passam pelo foco F.
- Eles divergem como se estivessem emanando de um ponto F situado a uma distância f atrás do espelho.
- Nesse caso, f é a distância focal e F denomina-se foco virtual.
- A distância correspondente da imagem s' é negativa; logo, f e R possuem sinais negativos

Superfícies Refletoras Esféricas

(b) Construção para determinar a ampliação da imagem formada por um espelho convexo



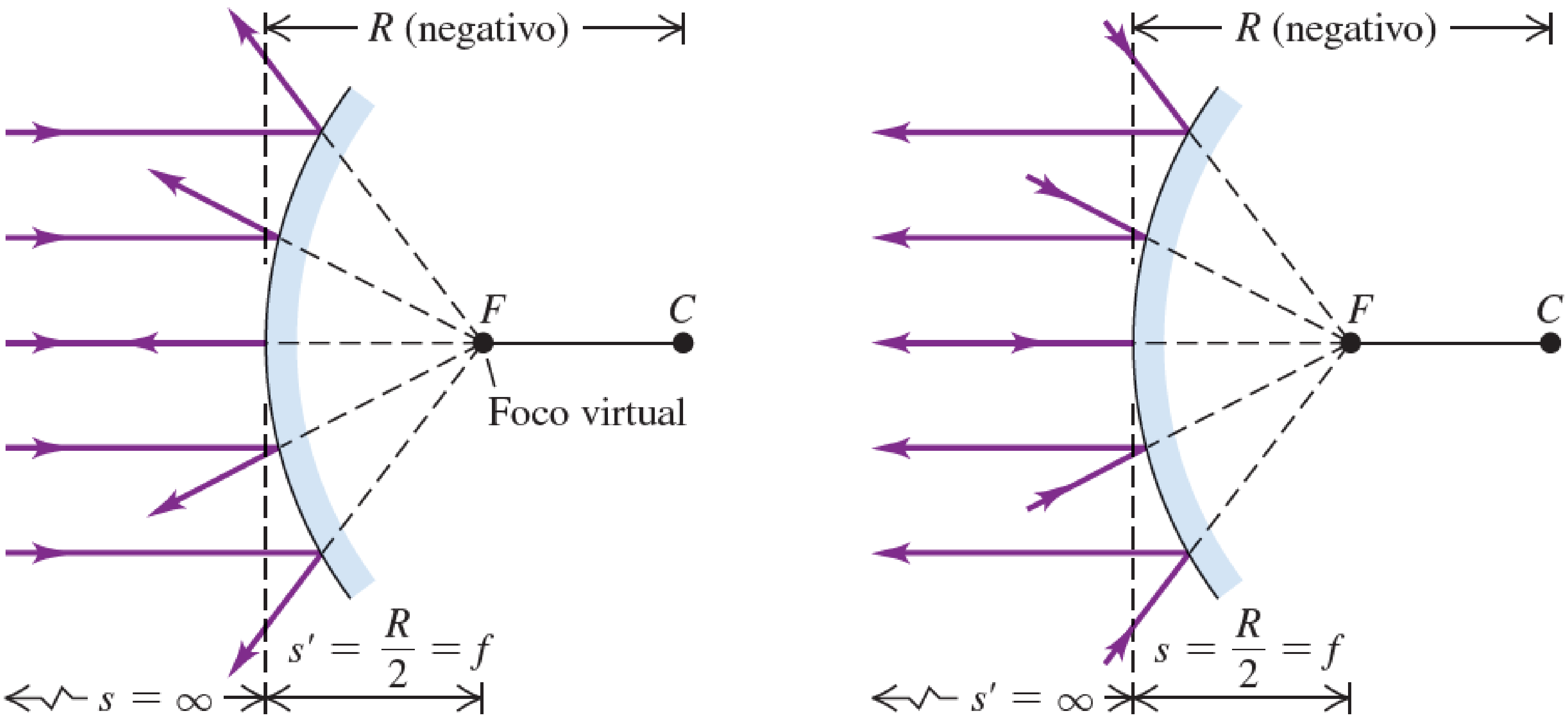
Como no espelho esférico côncavo,

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

- As equações, as relações básicas para a formação de imagem em um espelho esférico, são válidas tanto para um espelho côncavo quanto para um espelho convexo, desde que as regras de sinais sejam usadas de forma coerente.

Superfícies Refletoras Esféricas

- Foco e distância focal de um espelho convexo.



Superfícies Refletoras Esféricas

- **Exemplo 2**: Papai Noel verifica se está sujo de fuligem olhando para sua imagem refletida em um enfeite prateado brilhante da árvore de Natal, situado a uma distância de 0,750 m. O diâmetro do enfeite é 7,20 cm. As referências da literatura afirmam que Papai Noel é um “velhinho alegre e de estatura mediana”, de modo que sua altura estimada é 1,60 m. Onde se forma a imagem de Papai Noel refletida no enfeite e qual a sua altura? Ela é direita ou invertida?

Superfícies Refletoras Esféricas

s = 0,75 m = 75 cm e y = 1,6 m;

raio do espelho (metade do diâmetro) é $R = -\frac{7,20}{2} = 3,60\ cm$

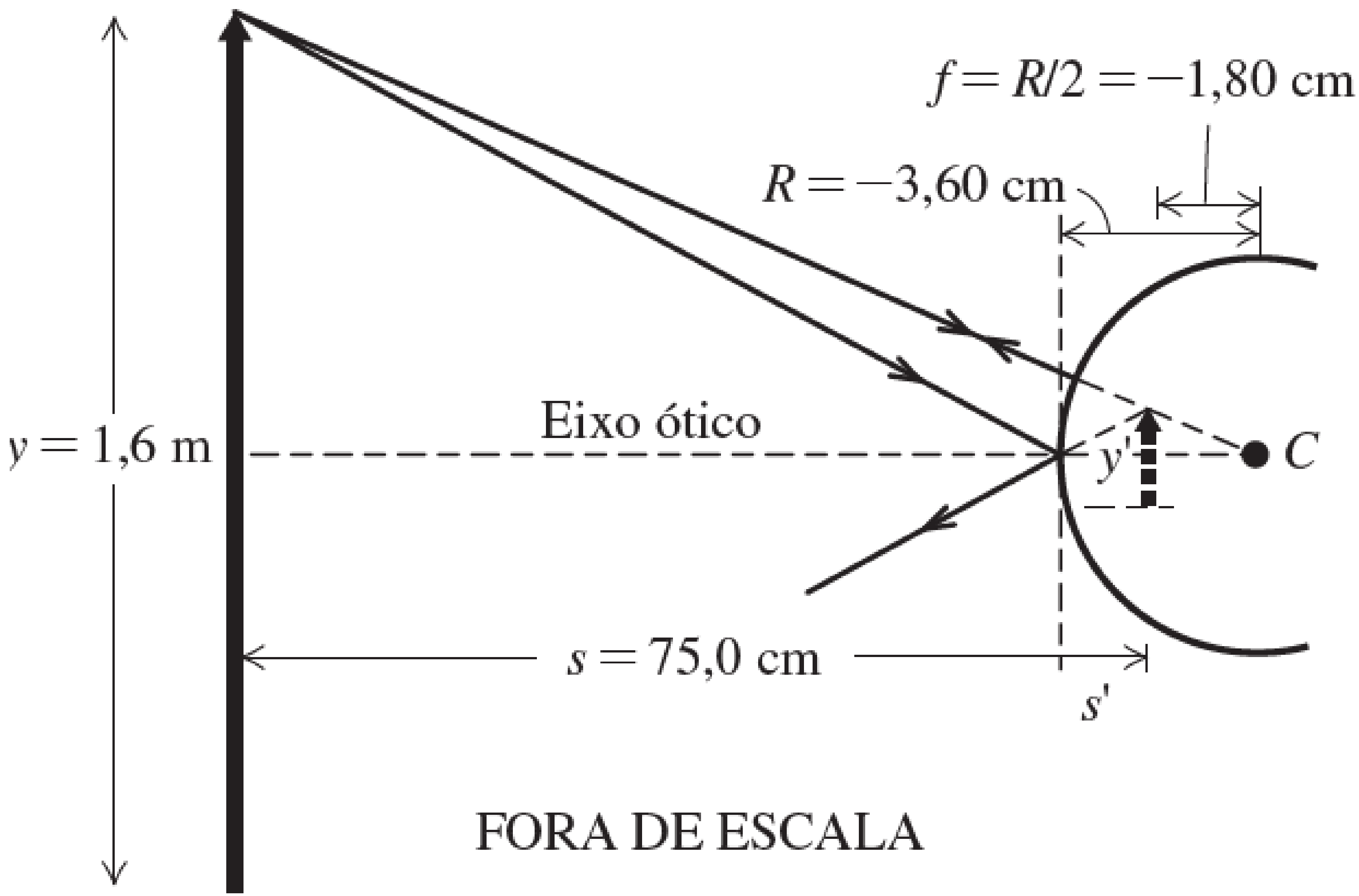
$$f = \frac{R}{2} = -\frac{3,60}{2} = -1,80\ cm$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \rightarrow \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s} \qquad \frac{1}{s'} = -\frac{1}{1,80} - \frac{1}{75} \rightarrow s' = -1,76\ cm$$

$$m = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} = -\frac{(-1,76)}{75} = -0,0234$$

$$y' = 0,234\ \cdot 1,6\ m = 0,038\ cm$$

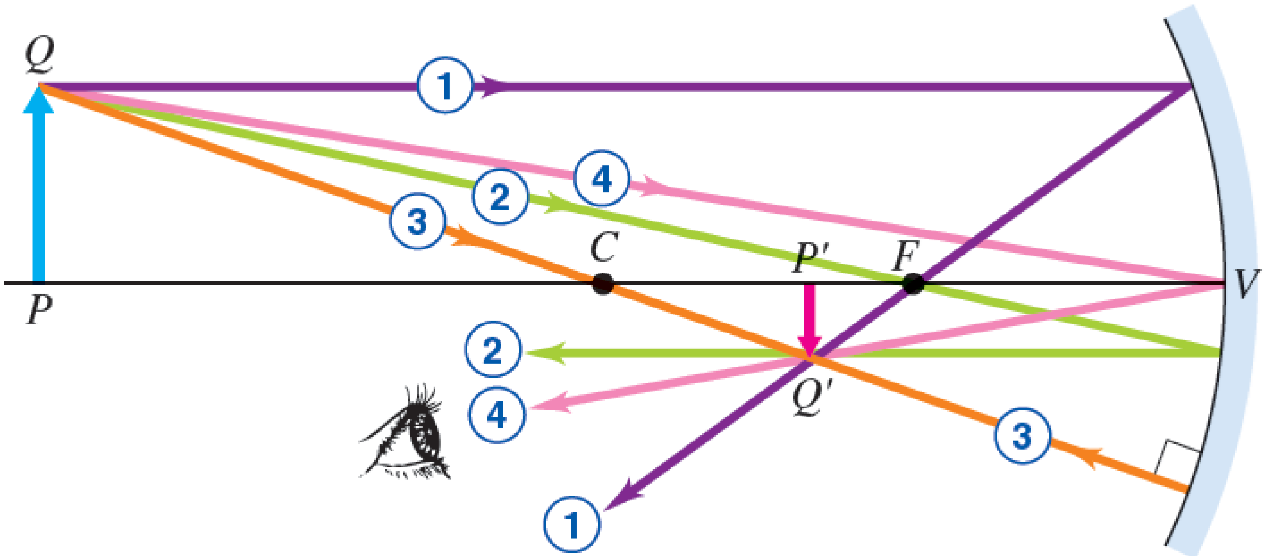
Superfícies Refletoras Esféricas



Superfícies Refletoras Esféricas

Métodos gráficos para espelhos esféricos

(a) Raios principais em um espelho côncavo



1 Raio paralelo ao eixo se reflete passando pelo foco.

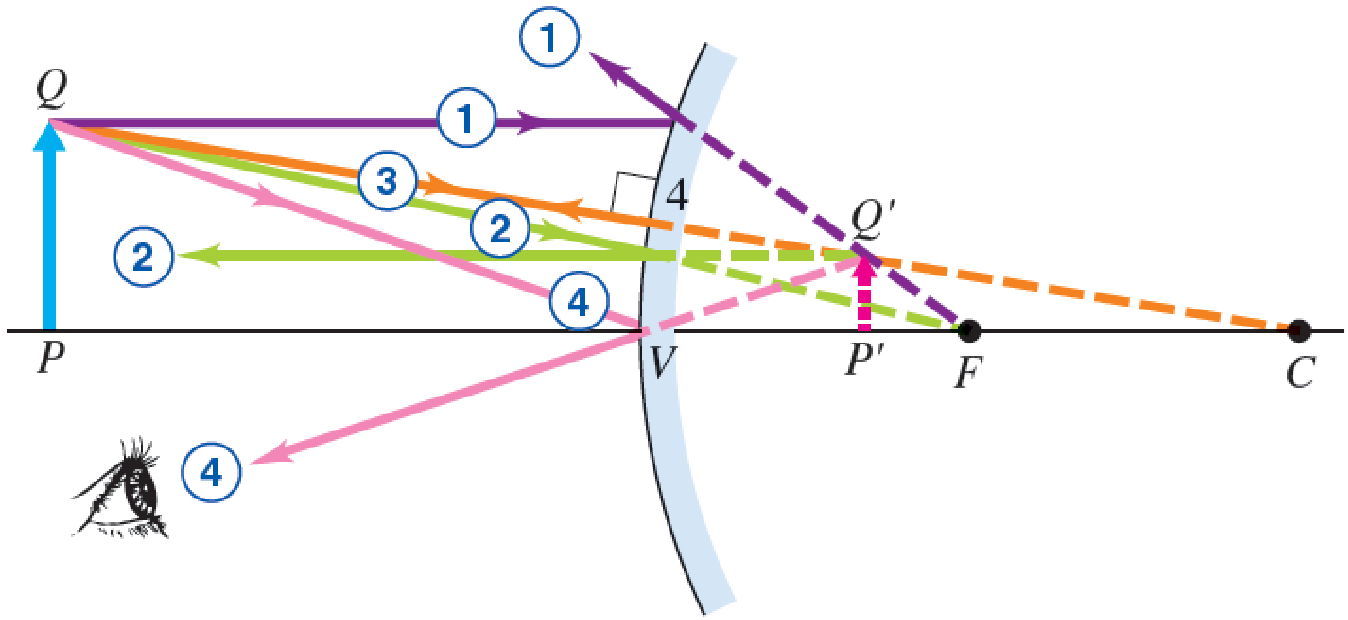
2 Raio passando pelo foco se reflete paralelamente ao eixo.

3 Raio passando pelo centro de curvatura intercepta a superfície perpendicularmente e se reflete voltando pelo caminho original.

4 Raio que incide sobre o vértice se reflete simetricamente em relação ao eixo ótico.

Superfícies Refletoras Esféricas

(b) Raios principais em um espelho convexo



1 Raio paralelo refletido parece vir do foco.

2 Raio que incide sobre o foco se reflete paralelamente ao eixo.

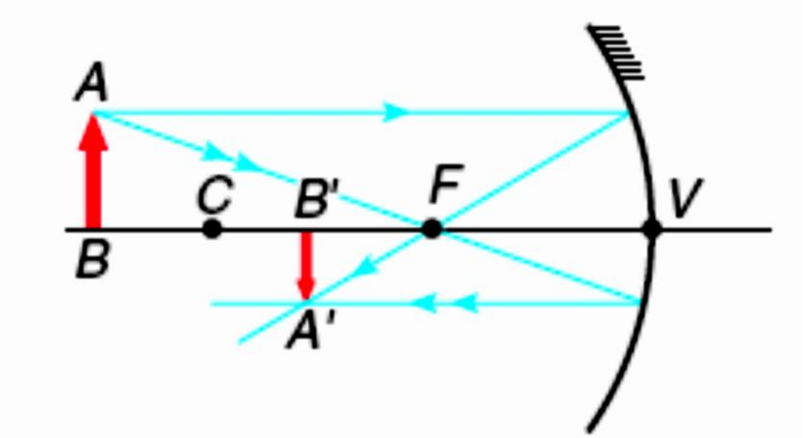
3 Como nos espelhos côncavos, os raios radiais ao centro de curvatura interceptam a superfície perpendicularmente e se refletem voltando por seu caminho original.

4 Como nos espelhos côncavos, os raios que incidem sobre o vértice se refletem simetricamente em torno do eixo ótico.

Superfícies Refletoras Esféricas

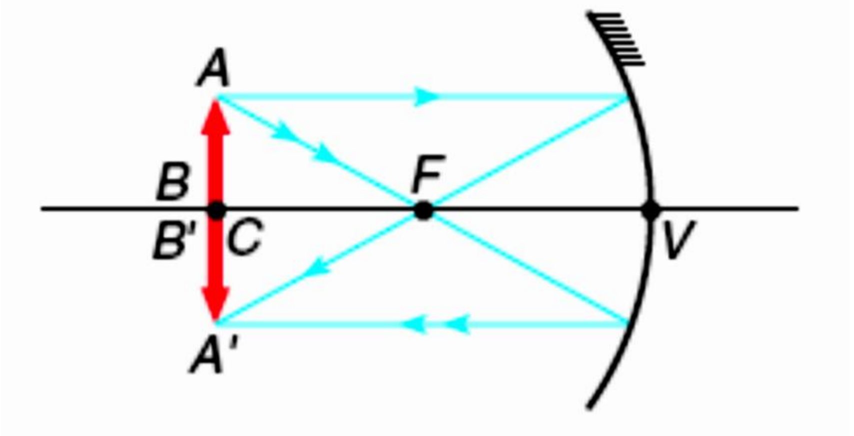
Imagem no Espelho Côncavo

a) Objeto antes do centro de curvatura



A imagem é real, invertida e menor.

b) Objeto no centro de curvatura

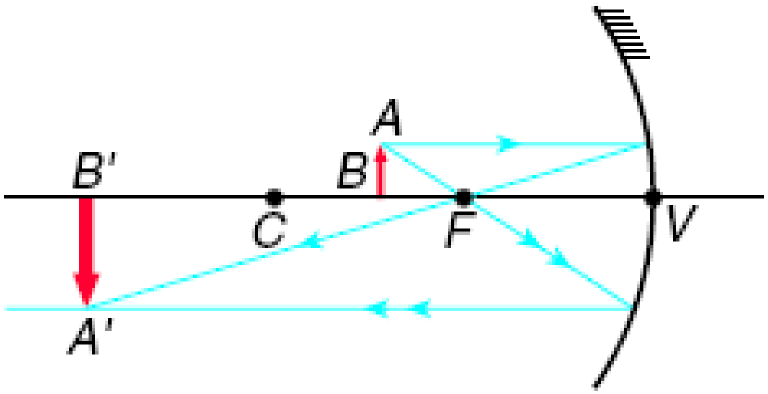


A imagem é real, invertida e mesmo tamanho.

Superfícies Refletoras Esféricas

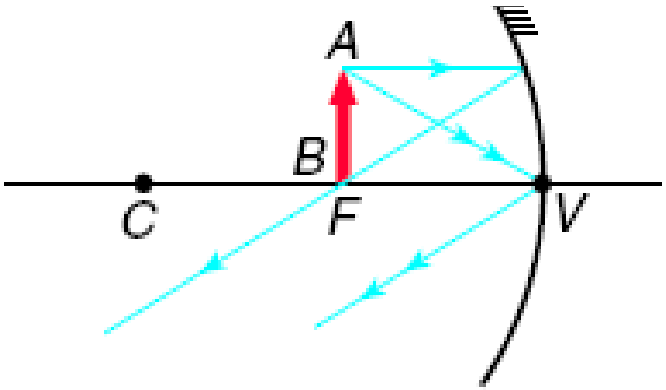
Imagem no Espelho Côncavo

c) Objeto entre o centro de curvatura e o foco



A imagem é real, invertida e maior.

d) Objeto no plano focal

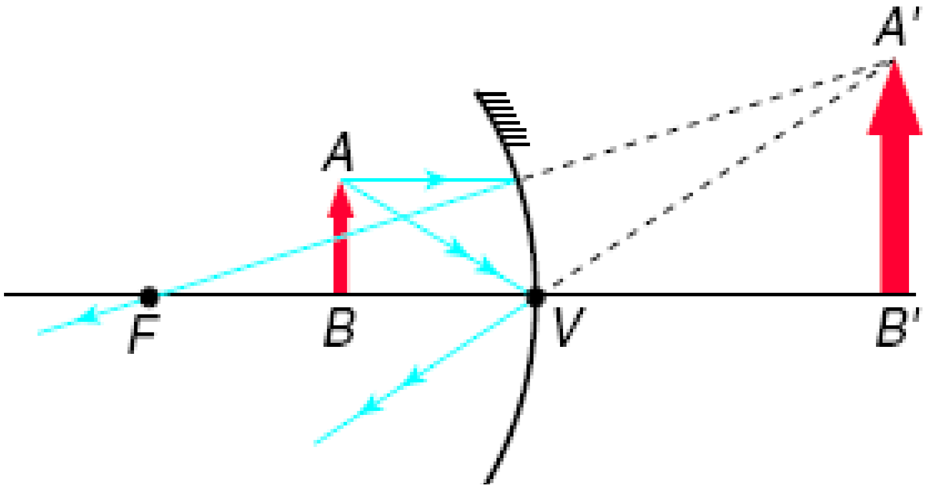


A imagem é imprópria – forma-se no infinito.

Superfícies Refletoras Esféricas

Imagem no Espelho Côncavo

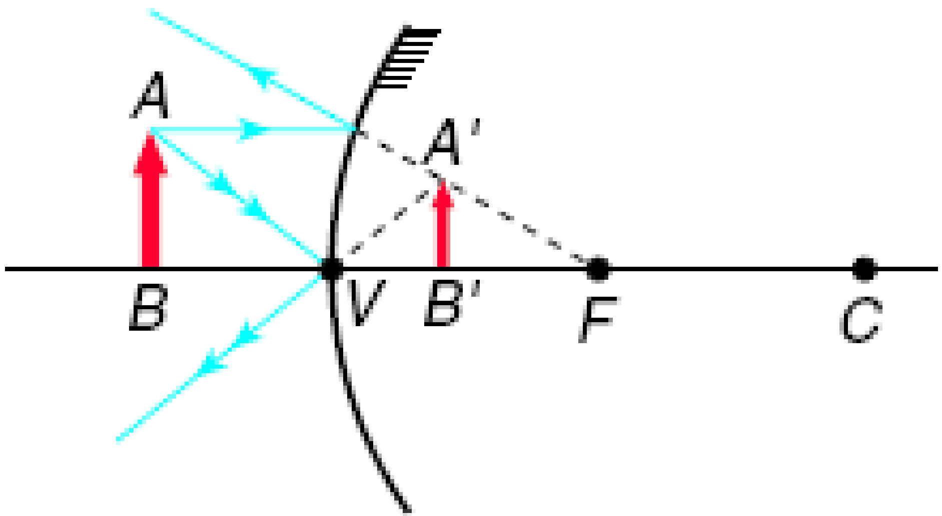
e) Objeto entre o foco e o vértice



A imagem é virtual, direita e maior.

Superfícies Refletoras Esféricas

Imagem no Espelho Convexo

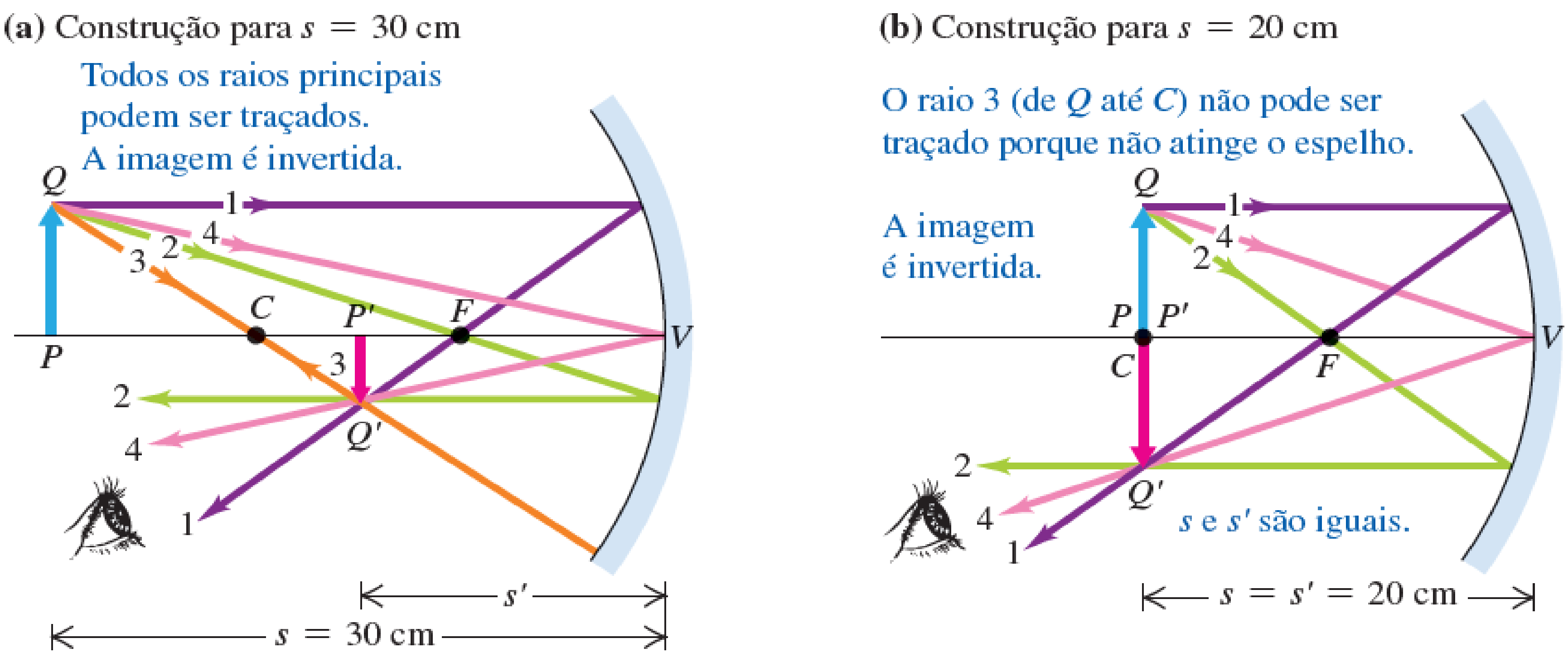


A imagem é virtual, direita e menor.

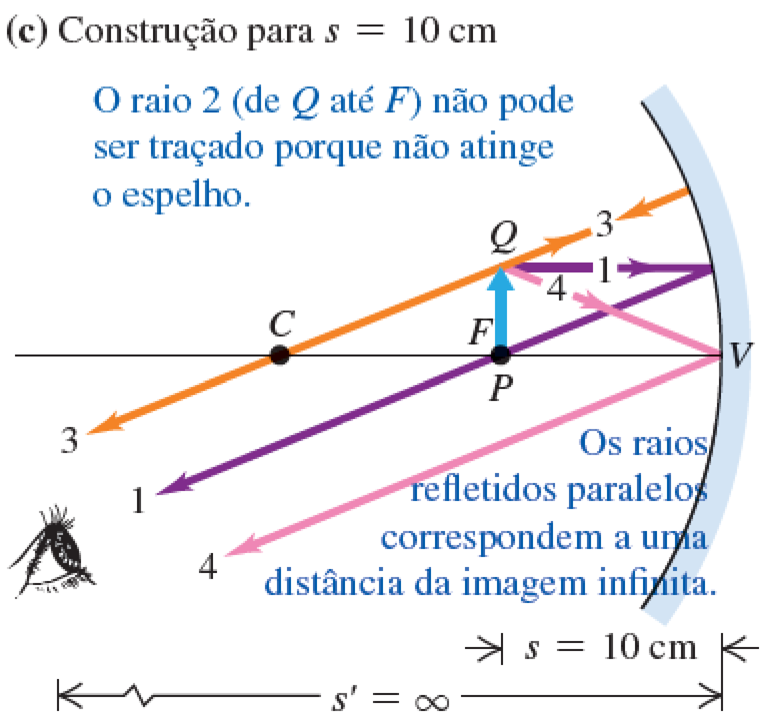
Superfícies Refletoras Esféricas

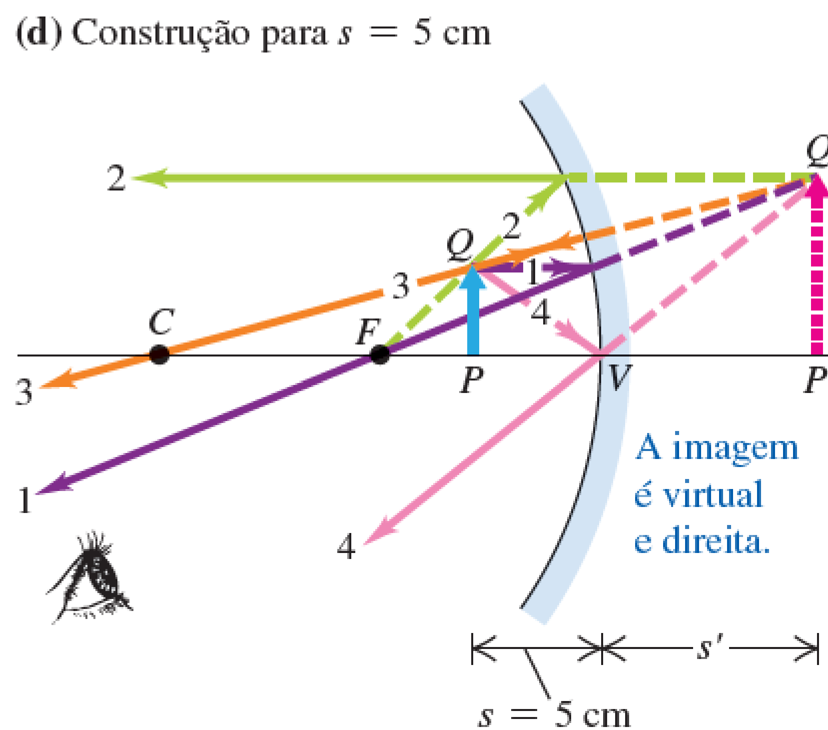
- **Exemplo 3**: Um espelho côncavo possui raio de curvatura com valor absoluto igual a 20 cm. Determine graficamente a imagem de um objeto em forma de seta perpendicular ao eixo do espelho para as seguintes distâncias do objeto: (a) 30 cm; (b) 20 cm; (c) 10 cm; (d) 5 cm. Confira a construção calculando o tamanho e a ampliação de cada imagem.

Superfícies Refletoras Esféricas



Superfícies Refletoras Esféricas





Refração em uma superfície esférica

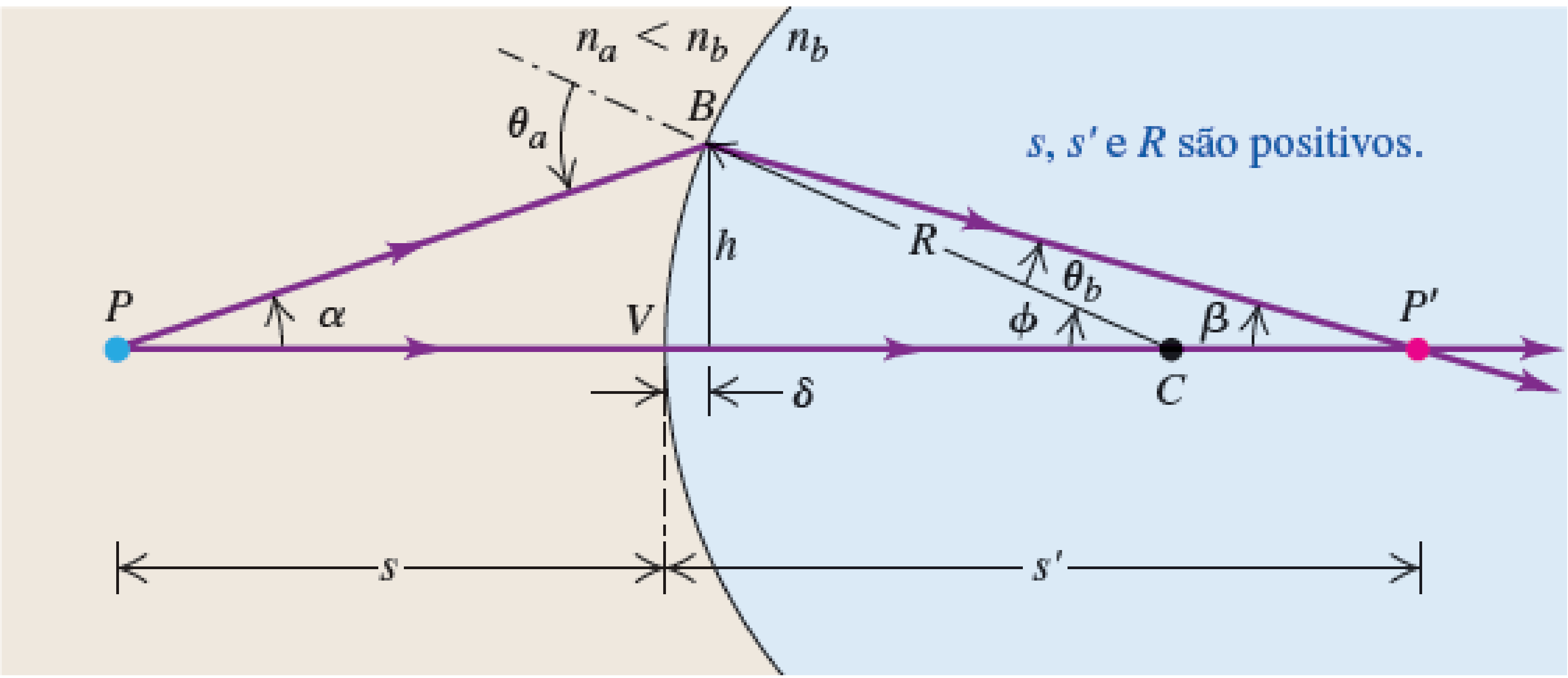
Imagem de um objeto pontual: superfície esférica de refração

- As imagens podem ser formadas não só por reflexão, mas também por refração.
- Vamos considerar a refração em uma superfície esférica, ou melhor, na interface esférica entre dois materiais transparentes com índices de refração diferentes.
- Essa análise pode ser aplicada diretamente a alguns sistemas óticos reais, como o olho humano.
- Ela também fornece os fundamentos para o estudo das lentes, que geralmente possuem duas superfícies esféricas (ou quase esféricas).

Refração em uma superfície esférica

Imagem de um objeto pontual: superfície esférica de refração

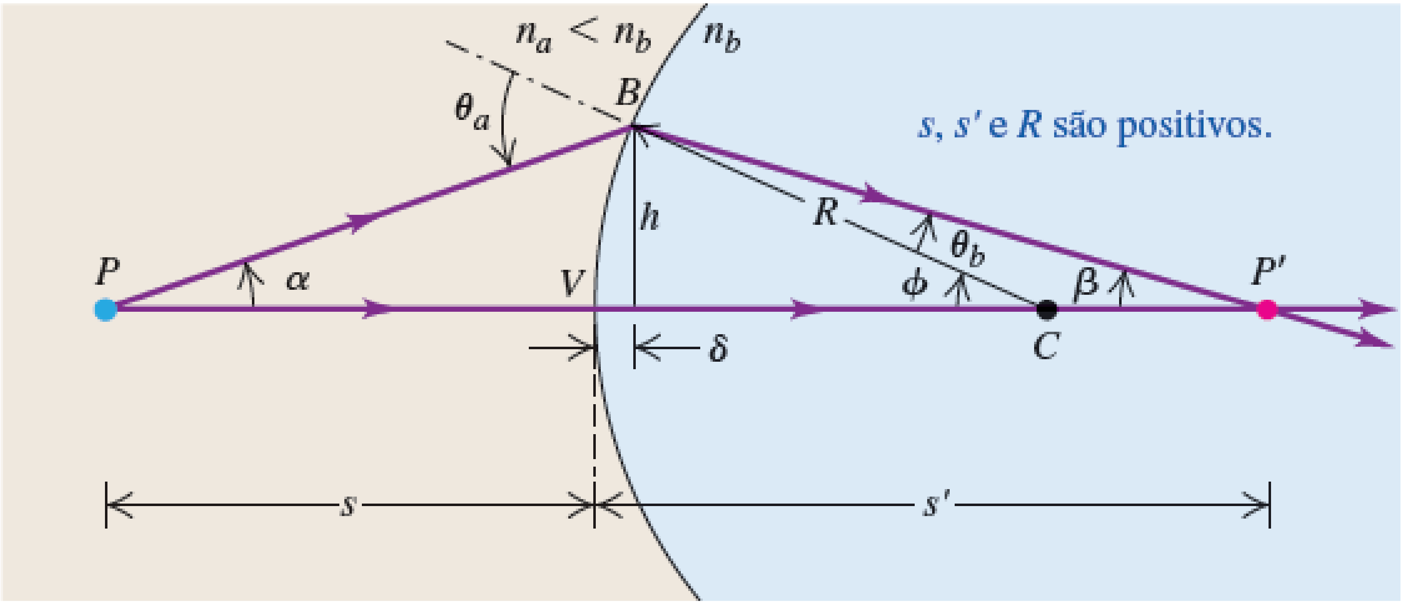
- Construção para determinar a altura da imagem formada pela refração em uma superfície esférica:



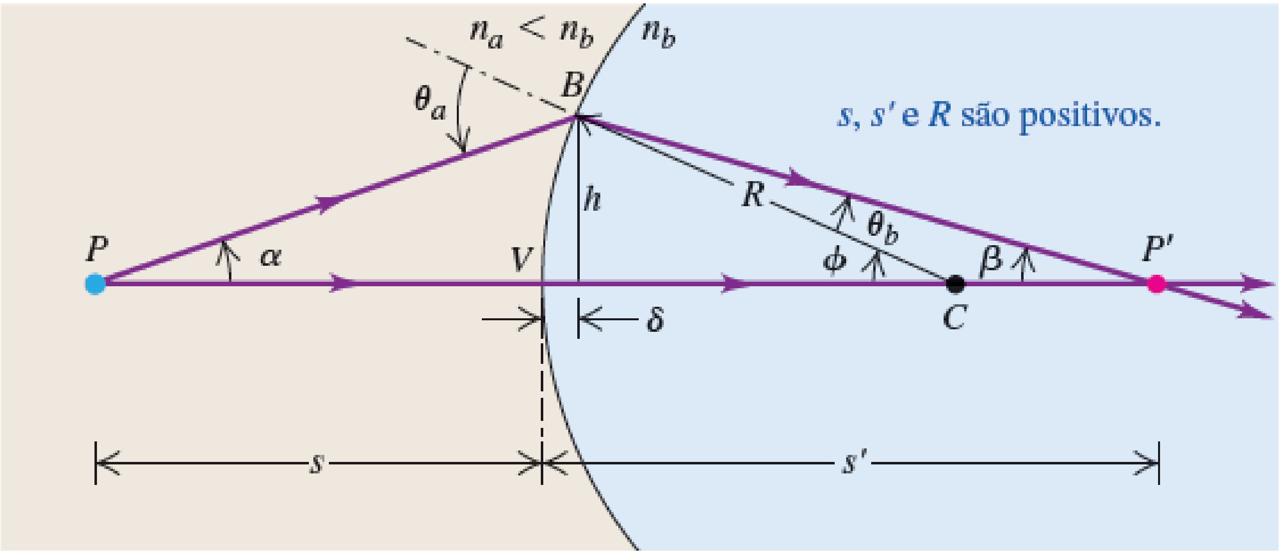
Refração em uma superfície esférica

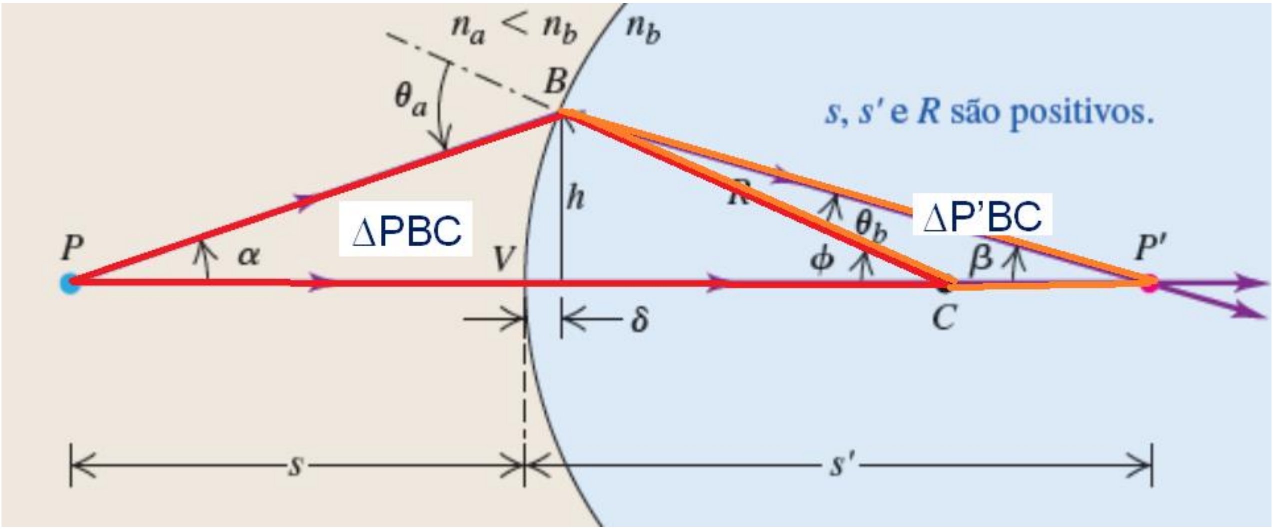
- Agora vamos provar que, se o ângulo é pequeno, todos os raios provenientes de P se interceptam no mesmo ponto P'; portanto, P' é a imagem real de P.

- Usaremos novamente o teorema segundo o qual o ângulo externo de um triângulo é igual à soma dos ângulos internos opostos; aplicando esse teorema aos triângulos PBC e P'BC, obtemos:



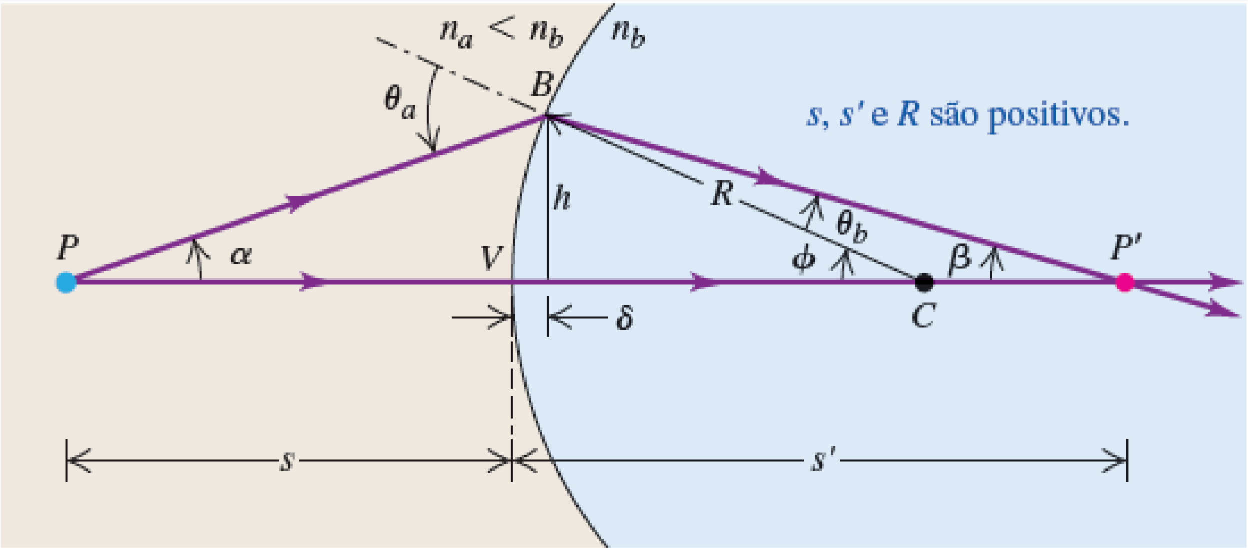
Refração em uma superfície esférica





$$\theta_a = \alpha + \phi \quad \rightarrow \quad \phi = \beta + \theta_b$$

Refração em uma superfície esférica



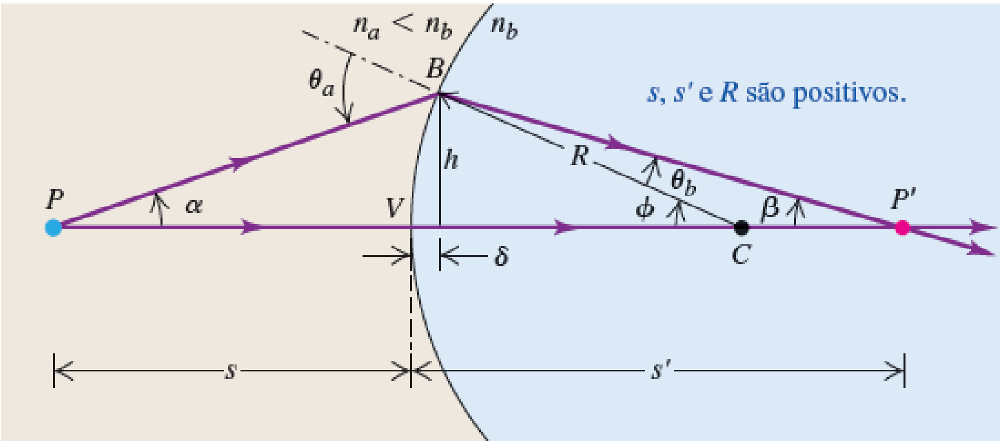
$$\theta_a = \alpha + \phi \quad \rightarrow \quad \phi = \beta + \theta_b$$

De acordo com a lei da refração: $n_a sen\theta_a = n_b sen\theta_b$

Da mesma forma, as tangentes dos ângulos $\alpha,\ \beta\ e\ \phi$ são:

$$\tan\alpha = \frac{h}{s+\delta} \qquad \tan\beta = \frac{h}{s'-\delta} \qquad \tan\phi = \frac{h}{R-\delta}$$

Refração em uma superfície esférica



$$\theta_a = \alpha + \phi \quad \rightarrow \quad \phi = \beta + \theta_b$$

$$n_a sen\theta_a = n_b sen\theta_b$$

$$\tan\alpha = \frac{h}{s+\delta} \qquad \tan\beta = \frac{h}{s'-\delta} \qquad \tan\phi = \frac{h}{R-\delta}$$

Para raios paraxiais, θ_a e θ_b são ambos pequenos em comparação com um radiano; logo, tanto a tangente quanto o seno são dados aproximadamente pelos próprios ângulos (medidos em radianos). Então, a lei da refração pode ser escrita na forma:

$$n_a\theta_a = n_b\theta_b$$

Refração em uma superfície esférica

Combinando a relação anterior com a primeira das equações:

$$\theta_a = \alpha + \phi \rightarrow \ \phi = \beta + \theta_b$$

$$n_a\theta_a = n_b\theta_b \rightarrow \theta_b = \frac{n_a}{n_b}\theta_a$$

$$\theta_b = \frac{n_a}{n_b}\theta_a \rightarrow \theta_b = \frac{n_a}{n_b}(\alpha + \phi)$$

Como: $\phi = \beta + \theta_b$

Resulta: $n_a\alpha + n_b\beta = (n_b - n_a)\phi$

Agora usamos as aproximações $\tan\alpha = \alpha, \dots$

$$\alpha = \frac{h}{s+\delta} \qquad \beta = \frac{h}{s' - \delta} \qquad \phi = \frac{h}{R - \delta}$$

Refração em uma superfície esférica

Resulta: $n_a\alpha + n_b\beta = (n_b - n_a)\phi$

Agora usamos as aproximações $\tan\alpha = \alpha, \ldots$

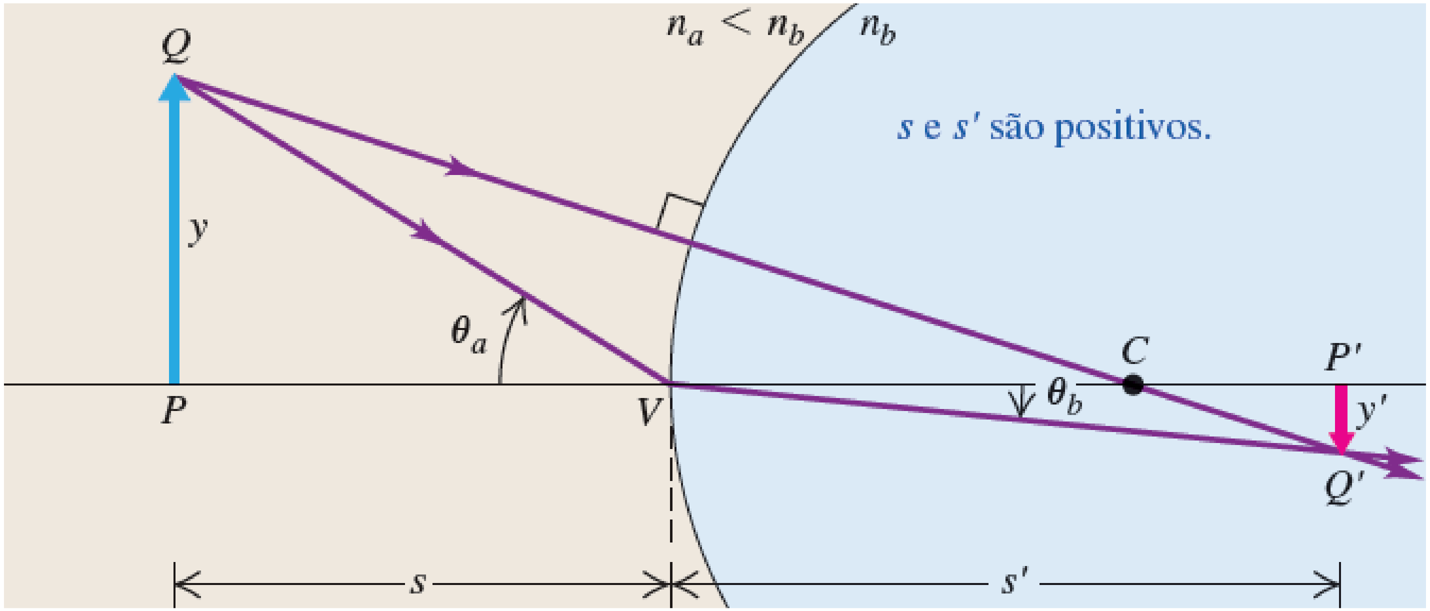
$$\alpha = \frac{h}{s+\delta} \qquad \beta = \frac{h}{s'-\delta} \qquad \phi = \frac{h}{R-\delta}$$

Finalmente: $$\boxed{\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}}$$

Refração em uma superfície esférica

Para obter a ampliação transversal *m*, para a situação:

- Traçamos dois raios a partir do ponto Q, um através do centro de curvatura C e outro incidente no vértice V. Pelos triângulos PQV e P'Q'V, obtemos



$$\tan\theta_a = \frac{y}{s} \qquad \tan\theta_b = \frac{-y'}{s'}$$

Refração em uma superfície esférica

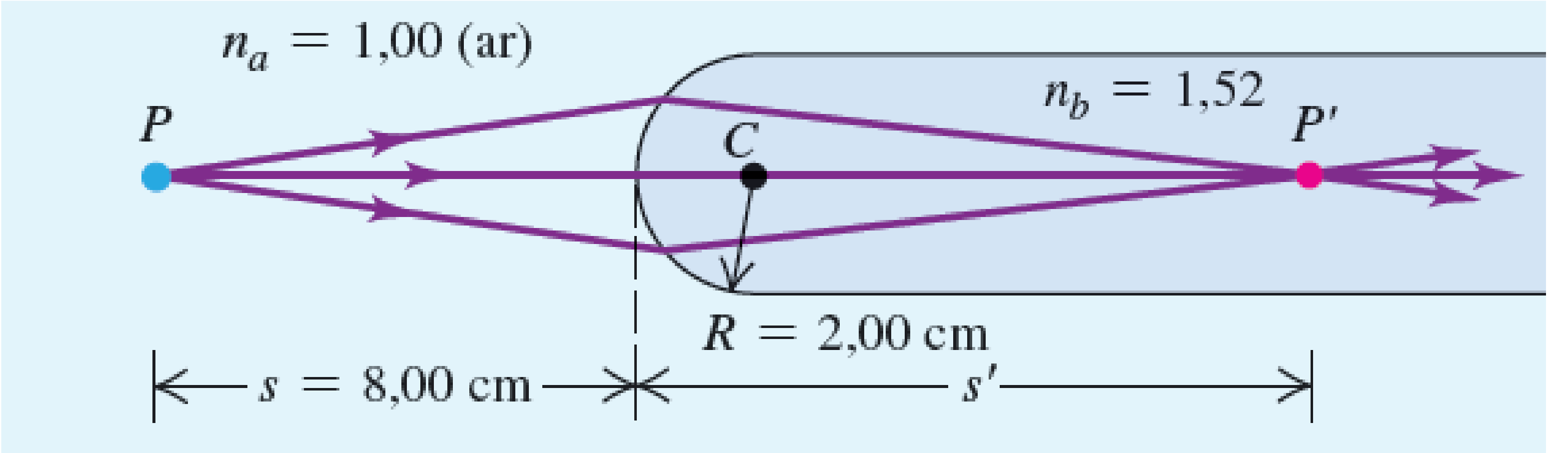
$$\tan\theta_a = \frac{y}{s} \qquad \tan\theta_b = \frac{-y'}{s'}$$

- Pela lei da refração: $n_a sen\theta_a = n_b sen\theta_b$
- Ângulos pequeno: $\tan\theta_a = sen\theta_a \qquad \tan\theta_b = sen\theta_b$
- Resulta: $n_a\frac{y}{s} = -n_b\frac{y'}{s'}$ $\qquad m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$
- Superfície plana:

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R} \rightarrow \frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = 0 \rightarrow m = 1$$

Superfícies Refletoras Esféricas

- **Exemplo 4**: Uma barra de vidro cilíndrica no ar possui índice de refração igual a 1,52. Uma de suas extremidades foi desbastada e polida, formando uma superfície hemisférica com raio R = 2,00 cm. Um pequeno objeto é colocado sobre o eixo da barra a uma distância de 8,00 cm à esquerda do vértice. Determine (a) a distância da imagem formada e (b) a ampliação transversal.



Superfícies Refletoras Esféricas

- (a) De acordo com a equação, $$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{1{,}52}{s'} = \frac{1{,}52 - 1}{2} \rightarrow s' = +11{,}3\ cm$$

Como a distância da imagem s' é positiva, concluímos que a imagem se forma 11,3 cm à direita do vértice (do lado dos raios emergentes).

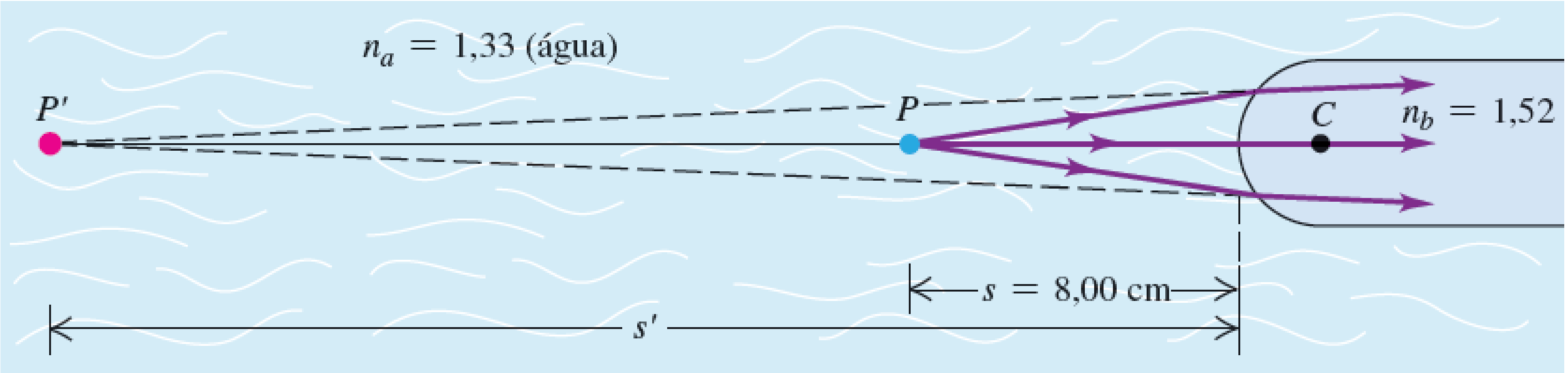
- (b) De acordo com a equação, $m = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{n_a s'}{n_b s}$

$$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = -\frac{1 \cdot 11{,}3}{1{,}52 \cdot 8} = -0{,}929$$

O valor de *m* nos diz que a imagem é invertida e ligeiramente menor que o objeto. Se o objeto for uma seta de 1,000 mm de altura apontando para cima, a imagem será uma seta de 0,929 mm de altura, apontando para baixo.

Superfícies Refletoras Esféricas

- **Exemplo 5**: A barra de vidro do Exemplo anterior é imersa na água (índice de refração n = 1,33), como mostra a Figura. A distância do objeto é novamente 8,00 cm. Calcule a distância da imagem e a ampliação transversal.



Superfícies Refletoras Esféricas

- (a) De acordo com a equação, $$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$\frac{1{,}33}{8} + \frac{1{,}52}{s'} = \frac{1{,}52 - 1.33}{2} \rightarrow s' = -21{,}3\ cm$$

Como s' é negativo, concluímos que, depois de os raios se refratarem na superfície, eles não convergem, porém parecem divergir de um ponto situado 21,3 cm à esquerda do vértice. ***Imagem virtual***.

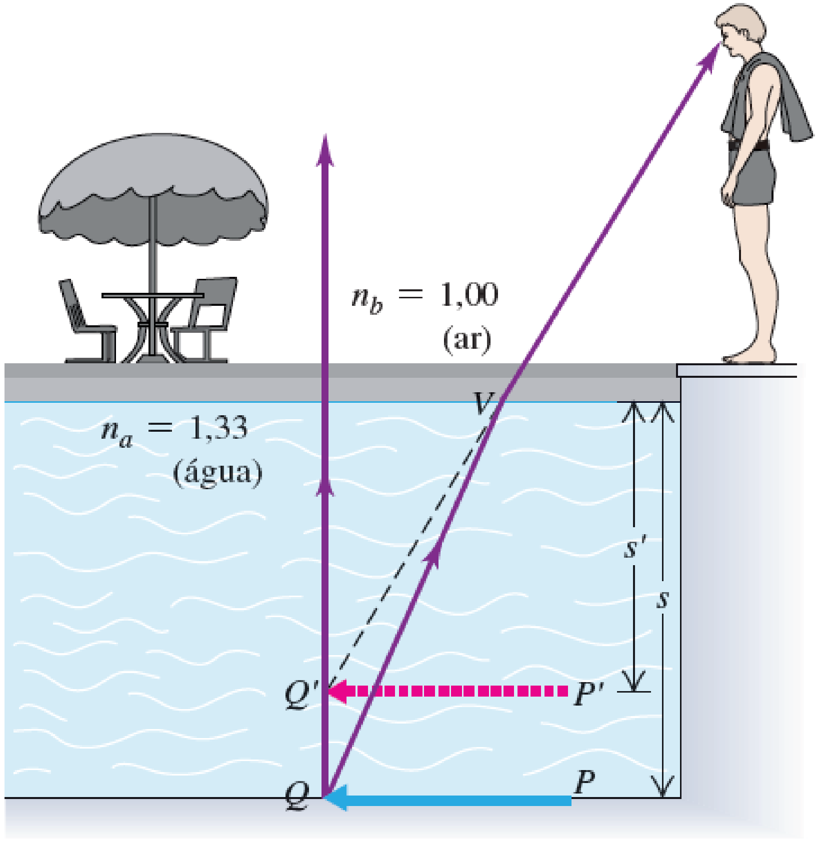
- (b) De acordo com a equação, $m = \frac{y'}{y} = -\frac{n_a s'}{n_b s}$

$$m = -\frac{n_a s'}{n_b s} = -\frac{1{,}33 \cdot (-21{,}3)}{1{,}52 \cdot 8} = +2{,}33$$

A imagem é direita (porque m é positivo) e 2,33 vezes maior que o objeto.

Superfícies Refletoras Esféricas

- **Exemplo 6**: Se você olhar diretamente para dentro da água de uma piscina na parte em que sua profundidade real é 2,00 m, qual é a profundidade que a água parece ter?



Superfícies Refletoras Esféricas

A superfície da água age como uma superfície plana refratora. Para determinar a profundidade aparente da piscina, imaginamos uma seta PQ traçada no fundo da piscina. A superfície refratora da piscina forma uma imagem virtual P'Q' dessa seta.

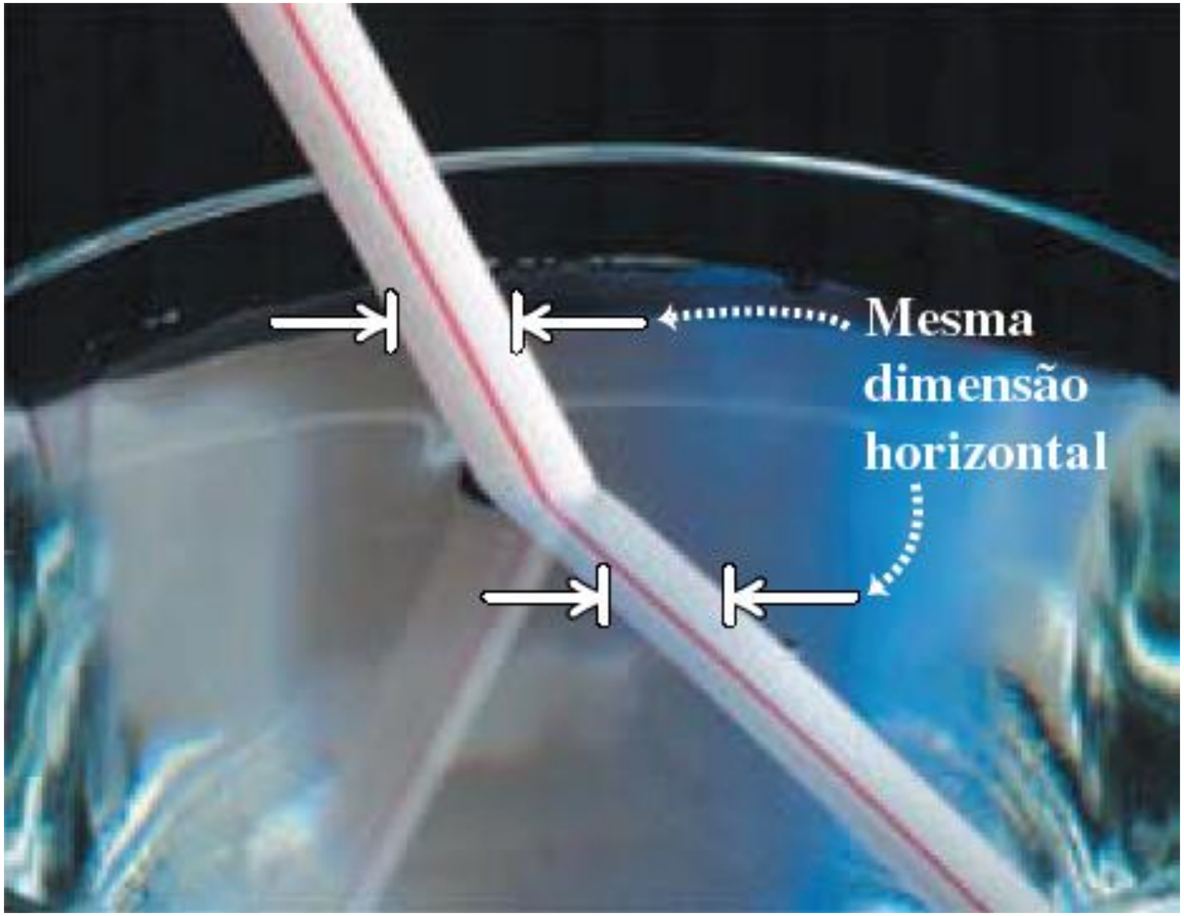
De acordo com a equação para a superfície plana, $\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = 0$

$$\frac{1{,}33}{2} + \frac{1}{s'} = 0 \rightarrow s' = -1{,}50\ cm$$

isso significa que a imagem é virtual e está do lado incidente da superfície refratora — ou seja, do mesmo lado que o objeto, a saber, dentro da água. A profundidade aparente é 1,50 m, ou apenas 75% da profundidade real.

Superfícies Refletoras Esféricas

- A porção submersa deste canudo parece estar a uma profundidade menor (mais perto da superfície) do que realmente está.



Refração em uma superfície esférica

- **Exemplo 7**: As gotas de água na Figura apresentam raio de curvatura R e índice de refração n = 1,33. Elas podem formar uma imagem do sol sobre a folha?

Refração em uma superfície esférica

- **Exemplo 7**:

Sol muito distante: $s = \infty \; e \; \frac{1}{s} = 0 \;\; \rightarrow \;\; n_{ar} = 1 \; e \;\; n_{água} = 1{,}33$

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$

$$0 + \frac{1{,}33}{s'} = \frac{1{,}33 - 1}{R} \quad \rightarrow s' = \frac{1{,}33}{0{,}33} R = 4{,}0\,R$$

A imagem seria formada a 4,0 raios de gotas da superfície frontal da gota. Entretanto, como cada gota é apenas uma parte de uma esfera completa, a distância da parte da frente até a parte de trás da gota é menor que 2R. Assim, os raios de luz solar nunca chegam ao ponto imagem, e as gotas não formam uma imagem do sol sobre a folha. Embora os raios não estejam focalizados em um ponto, eles continuam concentrados e podem danificar a folha.

Refração em uma superfície esférica

Lentes delgadas

- O dispositivo ótico mais conhecido e amplamente usado (depois do espelho plano) é a lente.
- Uma lente é um sistema ótico com duas superfícies refratoras.
- A lente mais simples possui duas superfícies esféricas (ou uma superfície esférica e a outra plana) suficientemente próximas para desprezarmos a distância entre elas (a espessura da lente).
- Chamamos esse dispositivo de lente delgada.

Refração em uma superfície esférica

Lentes delgadas

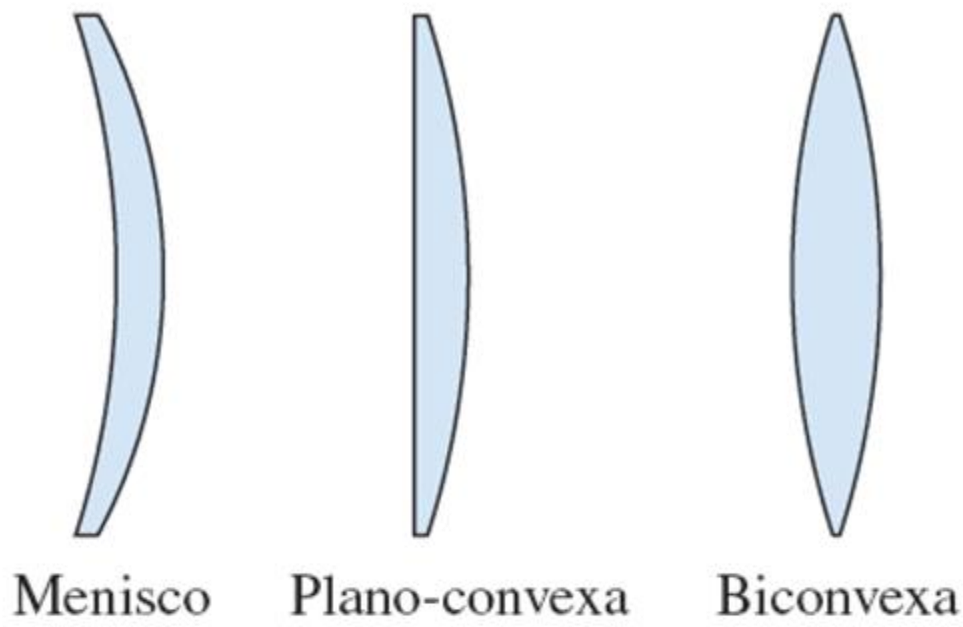
- O dispositivo ótico mais conhecido e amplamente usado (depois do espelho plano) é a lente.
- Uma lente é um sistema ótico com duas superfícies refratoras.
- A lente mais simples possui duas superfícies esféricas (ou uma superfície esférica e a outra plana) suficientemente próximas para desprezarmos a distância entre elas (a espessura da lente).
- Chamamos esse dispositivo de lente delgada.

Refração em uma superfície esférica

Lentes delgadas

a- Lentes de Bordos Finos (Delgados)

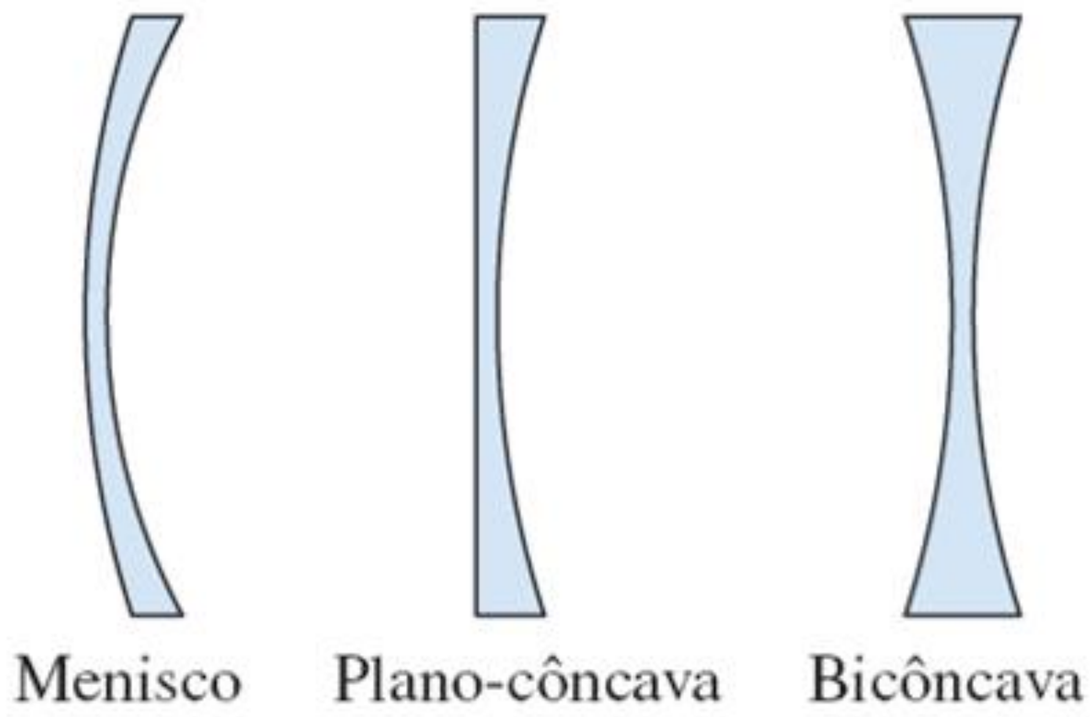
Lentes convergentes: convexas *($n_{lente} > n_{meio}$)*



Superfícies Refringentes Esféricas

b- Lentes de Bordos Espessos (grossos)

Lentes divergentes: côncavas ($n_L > n_M$)



Refração em uma superfície esférica

Comportamento óptico das lentes delgadas

Sendo n_L o índice de refração da lente e n_{meio} o índice de refração do meio onde a lente está imersa, temos os casos resumidos na tabela abaixo:

Lente	Bordas delgadas	Bordas espessas
Convergente	$n_{lente} > n_{meio}$	$n_{lente} < n_{meio}$
Divergente	$n_{lente} < n_{meio}$	$n_{lente} > n_{meio}$

Superfícies Refringentes Esféricas

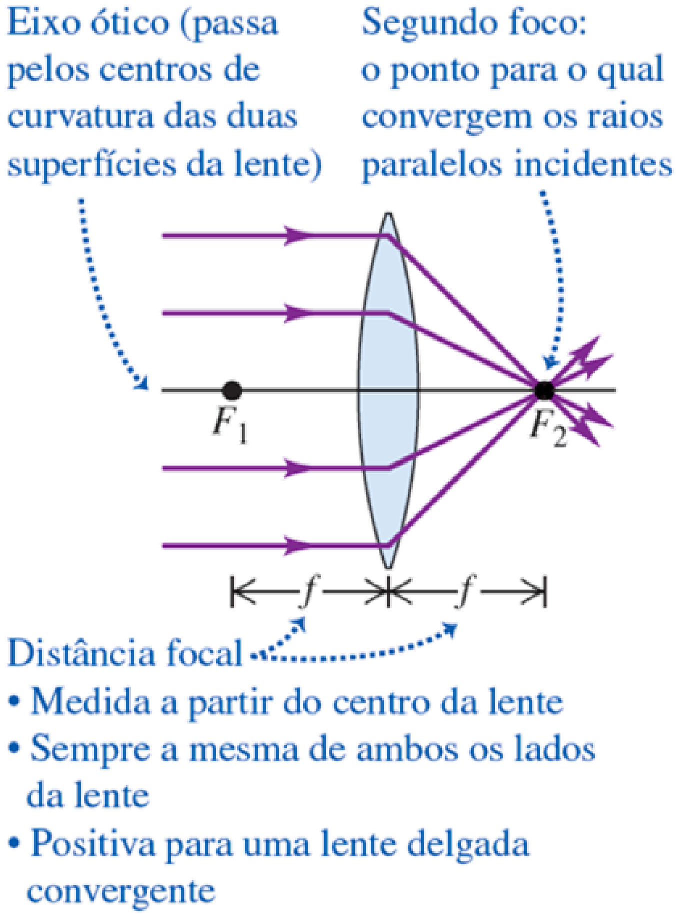
In a converging lens, the wave front slows down as it passes through the lens' center (thicker in the middle), and the light converges.

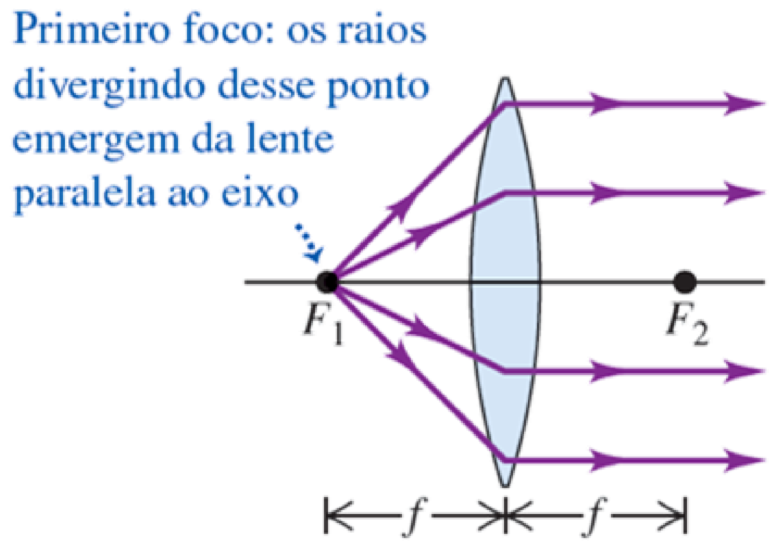
In a diverging lens, the waves slow down more at the lens' edges, (thinner in the middle), and the light diverges.

Refração em uma superfície esférica

Propriedades das lentes: Lentes Convergentes

- F_1 e F_2 são o primeiro e segundo focos de uma lente delgada convergente. O valor numérico de f é positivo:

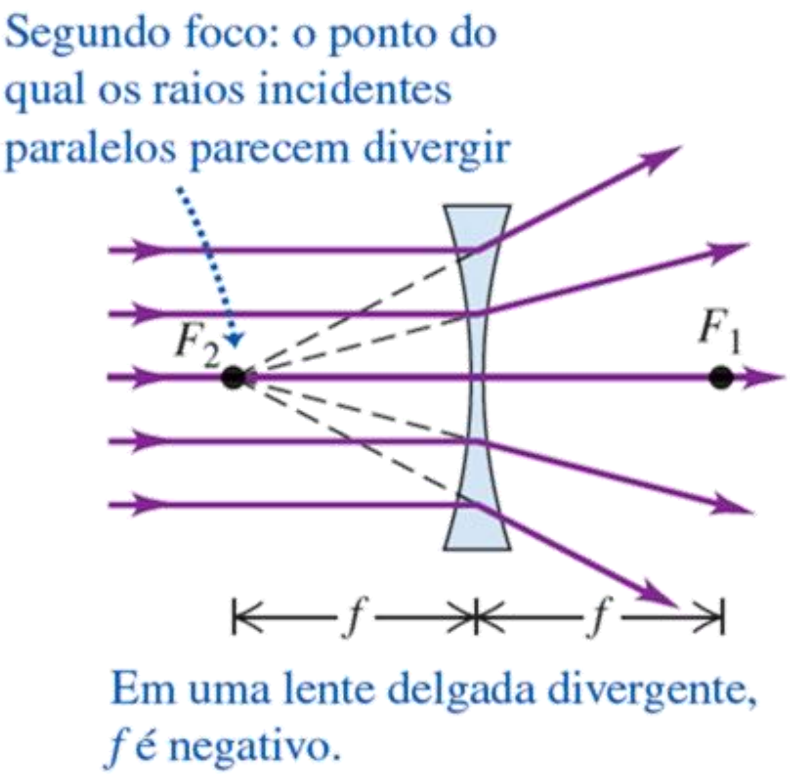


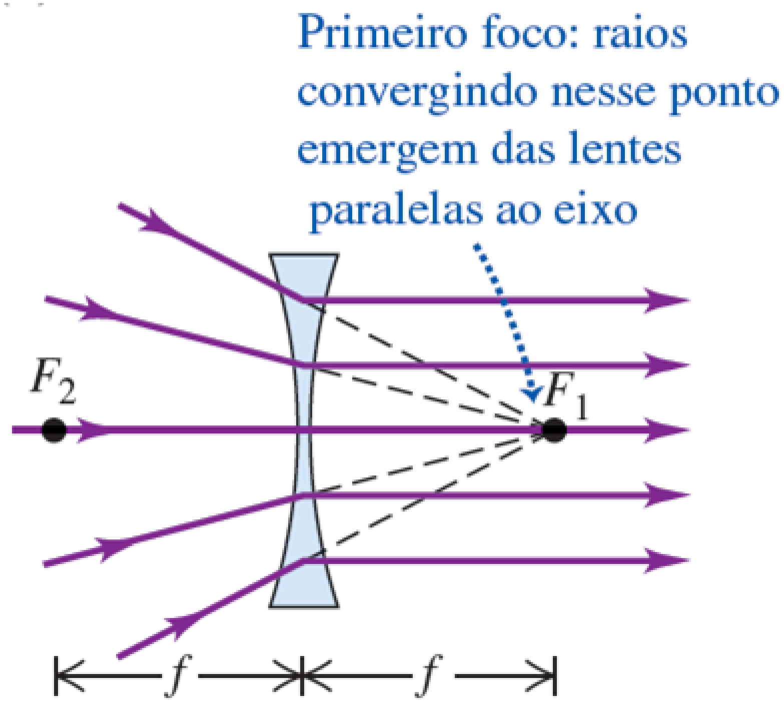


Refração em uma superfície esférica

Propriedades das lentes: Lentes divergente

- F_2 e F_1 são o segundo e o primeiro focos de uma lente delgada divergente, respectivamente. O valor numérico de f é negativo:

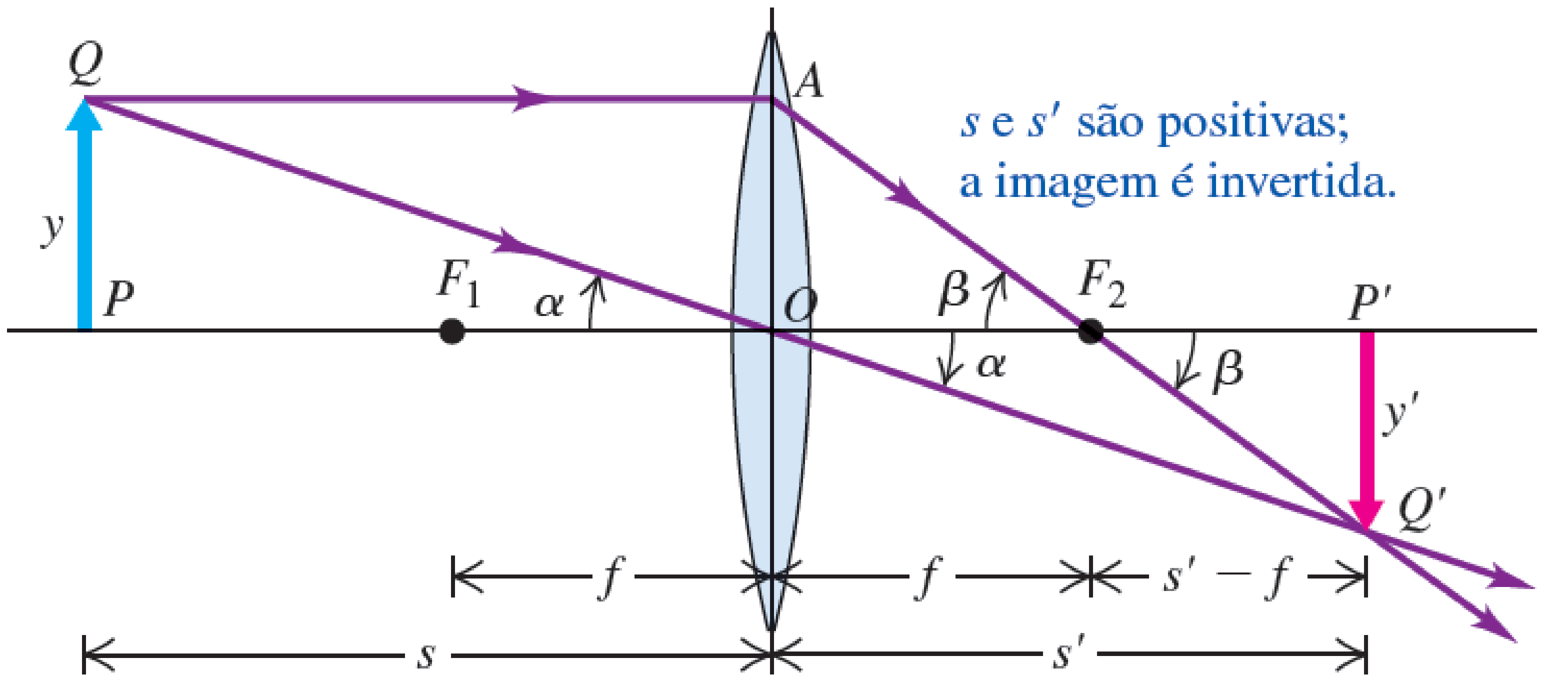




Refração em uma superfície esférica

Imagem de um objeto extenso: estudo analítico

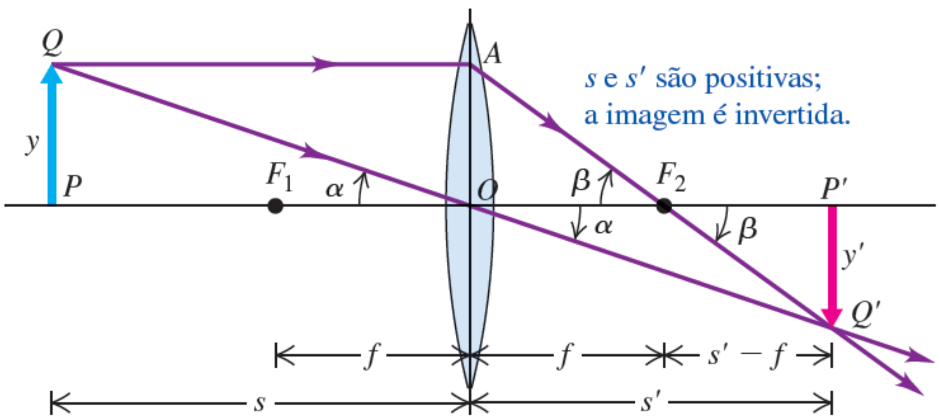
- Construção para determinar a posição da imagem formada por uma lente delgada:



Refração em uma superfície esférica

Imagem de um objeto extenso: lentes convergentes

- Os dois ângulos indicados pela letra a na Figura 34.29 são iguais. Portanto, os dois triângulos retângulos PQO e P'Q'O são semelhantes e as razões entre os lados correspondentes são iguais. Logo,



$$\frac{y}{s} = -\frac{y'}{s'} \quad ou \quad \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$$

- O sinal negativo indica que a imagem está abaixo do eixo ótico e y' é negativo.
- Além disso, os ângulos indicados pela letra β são iguais e os dois triângulos retângulos OAF_2 e $P'Q'F_2$ são semelhantes. Assim,

$$\frac{y}{f} = -\frac{y'}{s' - f} \quad ou \quad \frac{y'}{y} = -\frac{s' - f}{f}$$

Refração em uma superfície esférica

- Agora igualamos as equações, dividimos por s’ e reagrupamos para obter

$$\frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s} \qquad \frac{y'}{y} = -\frac{s'-f}{f}$$

$$\frac{s'}{s} = \frac{s'-f}{f} \rightarrow \frac{s'}{s} = \frac{s'}{f} - 1 \rightarrow \frac{1}{s} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s'}$$

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f}$$

- Sabemos que a ampliação transversal para a lente é dada por $m = \frac{y\prime}{y}$

$$m = -\frac{s'}{s}$$

Refração em uma superfície esférica

- **Exemplo 8**: Uma lente é utilizada para projetar em uma parede a imagem de um slide, ampliada 4 vezes em relação ao tamanho original do slide. A distância entre a lente e a parede é de 2,0 m. Determine (a) tipo de lente utilizado e (b) sua distância focal.

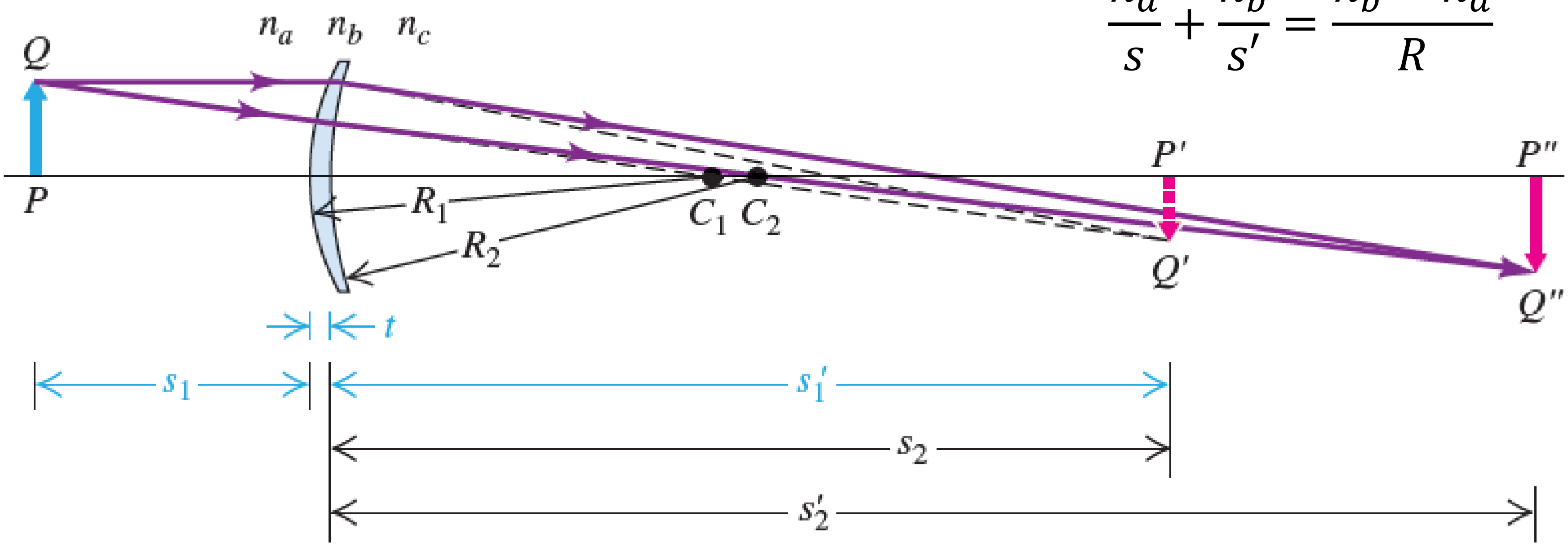
- **Exemplo 9**: Uma lente divergente tem distância focal de 40 cm. Um objeto de 10 cm de altura é colocado a 60 cm da lente. Determine (a) a distância da imagem à lente e (b) a altura da imagem.

Refração em uma superfície esférica

Equação do fabricante de lentes

- Vamos considerar os meios a e c como sendo ar ($n_a = n_c = 1$) e usamos:

$$\frac{n_a}{s} + \frac{n_b}{s'} = \frac{n_b - n_a}{R}$$



$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s'_1} = \frac{n_b - n_a}{R_1} \qquad \frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s'_2} = \frac{n_c - n_b}{R_2}$$

Refração em uma superfície esférica

- Considerando $n_a = n_c = 1, n_b = n$ e $s_2 = -s'1$

$$\frac{n_a}{s_1} + \frac{n_b}{s'_1} = \frac{n_b - n_a}{R_1} \rightarrow \frac{1}{s_1} + \frac{n}{s'_1} = \frac{n-1}{R_1}$$

$$\frac{n_b}{s_2} + \frac{n_c}{s'_2} = \frac{n_c - n_b}{R_2} \rightarrow -\frac{n}{s'_1} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1-n}{R_2}$$

- Somando as equações

$$\frac{1}{s_1} + \frac{1}{s'_2} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Refração em uma superfície esférica

- Imaginando a lente como uma identidade única:

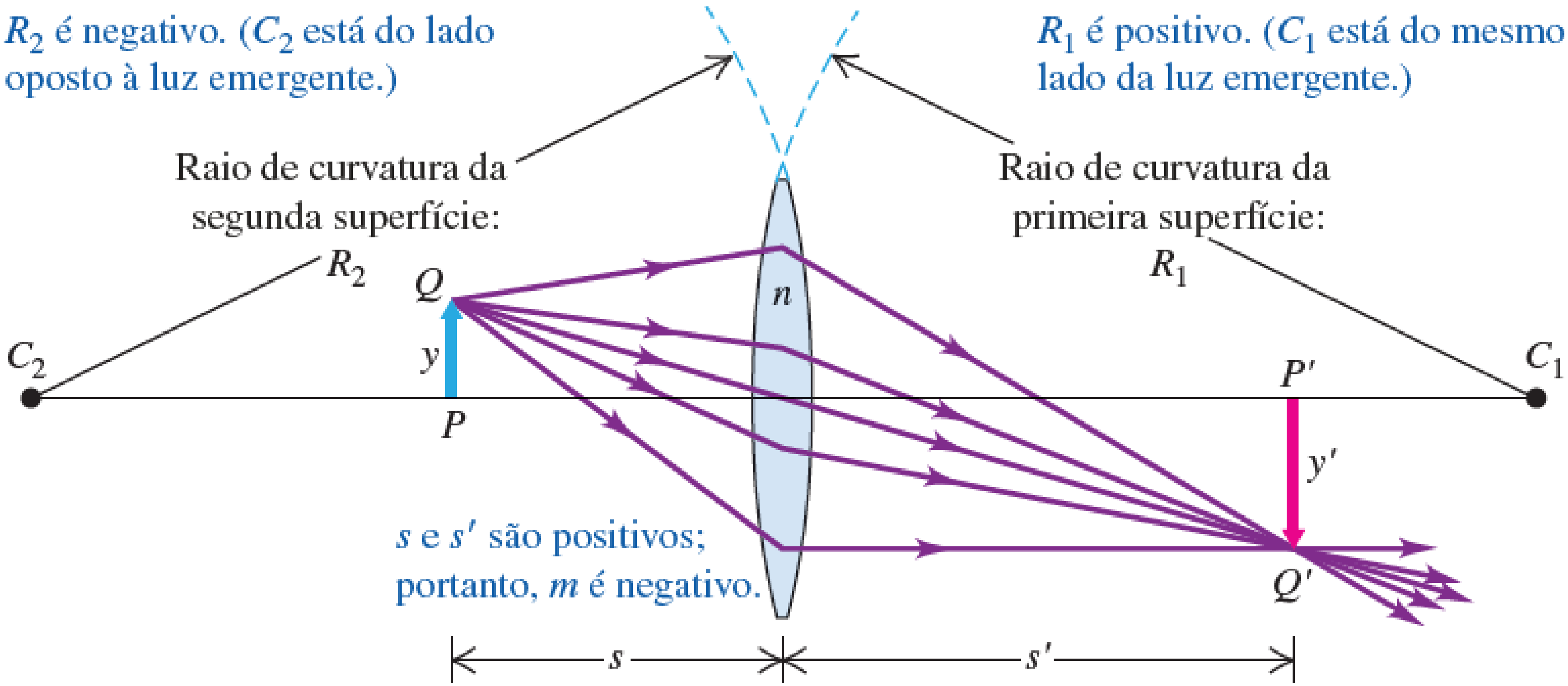
$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

- Equação do fabricante de lentes:

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Refração em uma superfície esférica

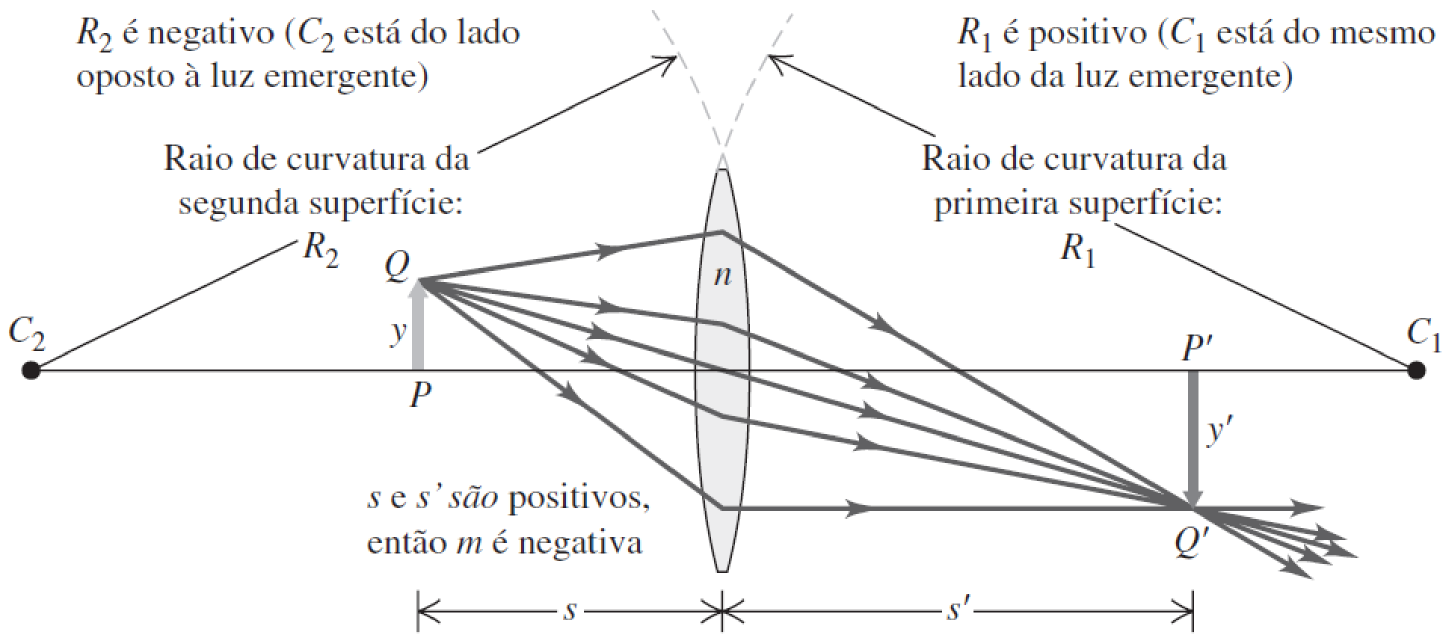
Análise do sinal



- Lente convergente com distância focal positiva

Refração em uma superfície esférica

Exemplo 9: Determine a distância focal de uma lente cujo valores absolutos dos raios de curvatura sejam ambos 10 cm e o índice de refração *n* = 1,52.



Refração em uma superfície esférica

R_1 = + 10 cm → lado dos raios emergentes
R_2 = - 10 cm → lado dos raios incidentes

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

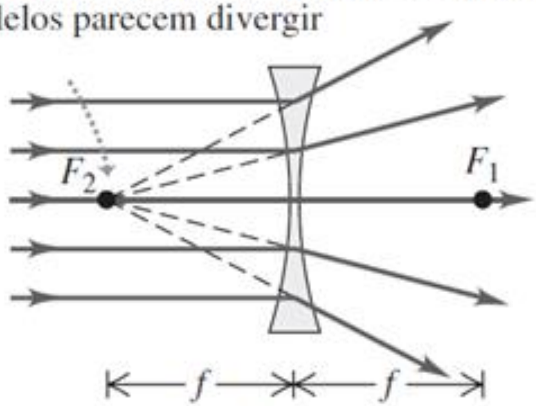
$$\frac{1}{f} = (1{,}52-1)\left(\frac{1}{+10} - \frac{1}{-10}\right) \Rightarrow f = 9{,}6\ cm$$

- Como f é positivo a lente é convergente.

Refração em uma superfície esférica

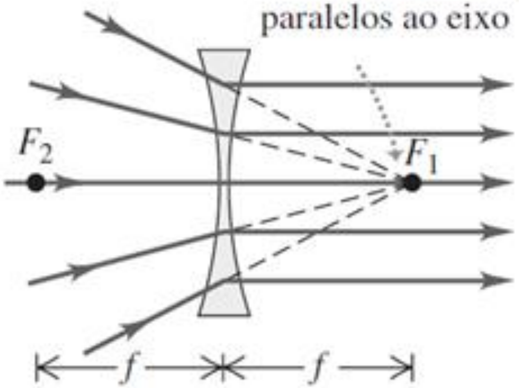
Exemplo 10: Determine a distância focal de uma lente cujo valores absolutos dos raios de curvatura sejam ambos 10 cm e o índice de refração n = 1,52.

Segundo foco: o ponto do qual os raios incidentes paralelos parecem divergir



Em uma lente delgada divergente f é negativo

Primeiro foco: raios convergindo nesse ponto emergem das lentes paralelos ao eixo



Refração em uma superfície esférica

R_1 = - 10 cm → lado dos raios incidentes
R_2 = + 10 cm → lado dos raios emergentes

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

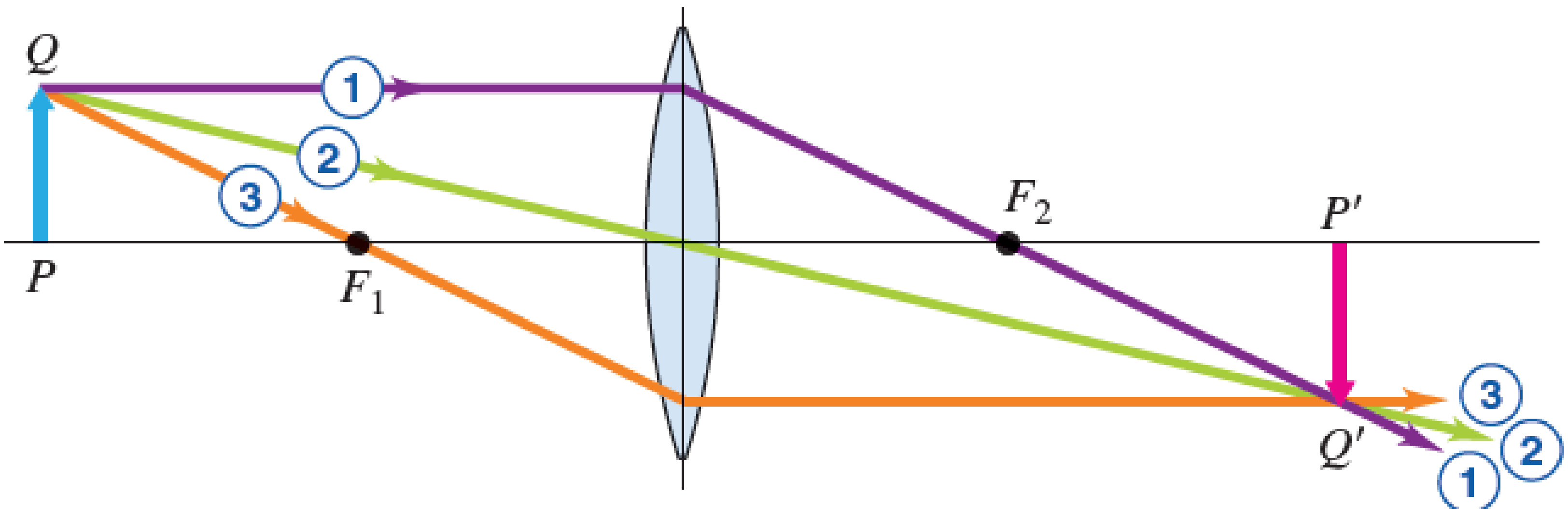
$$\frac{1}{f} = (1{,}52-1)\left(\frac{1}{-10} - \frac{1}{+10}\right) \Rightarrow f = -9{,}6\ cm$$

- Como *f* é negativo, a lente é divergente.

Refração em uma superfície esférica

Métodos gráficos para lentes

- Raios notáveis: Lente convergente



(1) O raio incidente paralelo refrata para passar pelo segundo foco F_2.

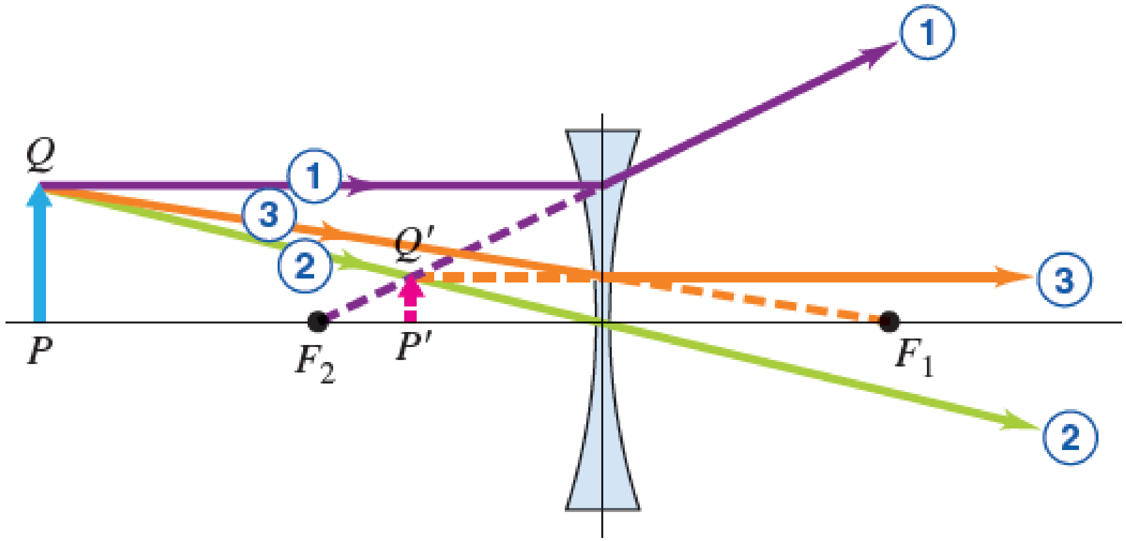
(2) O raio que passa pelo centro da lente não se desvia de modo significativo.

(3) O raio que passa pelo primeiro foco F_1 emerge paralelo ao eixo.

Refração em uma superfície esférica

Métodos gráficos para lentes

- Raios notáveis: Lente divergente



(1) O raio incidente paralelo após refração parece vir do segundo foco F_2.

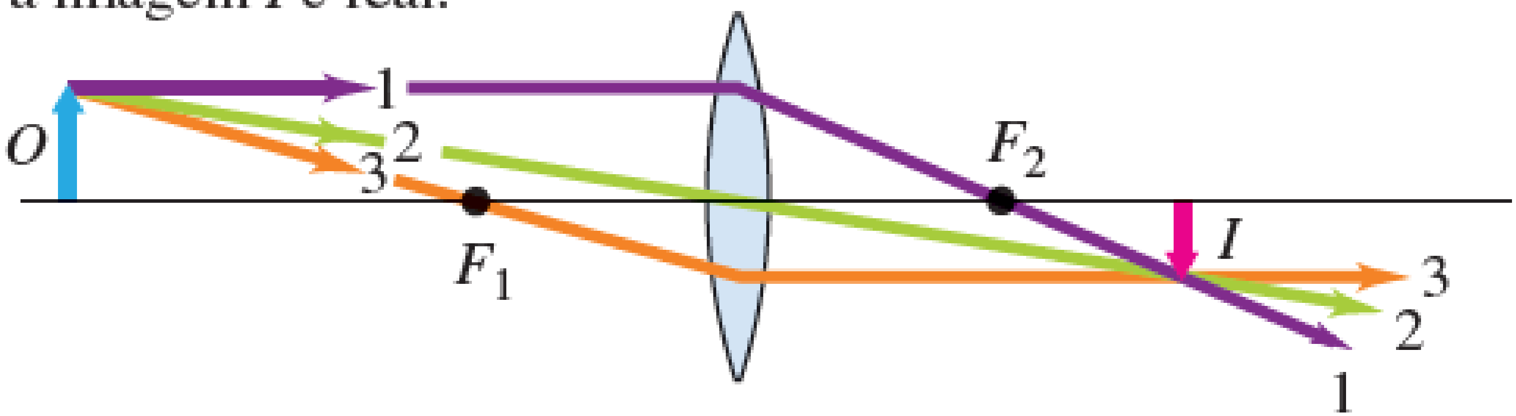
(2) O raio que passa pelo centro da lente não se desvia de modo significativo.

(3) O raio orientado para o primeiro foco F_1 emerge paralelo ao eixo.

Refração em uma superfície esférica

Métodos gráficos: lente convergente

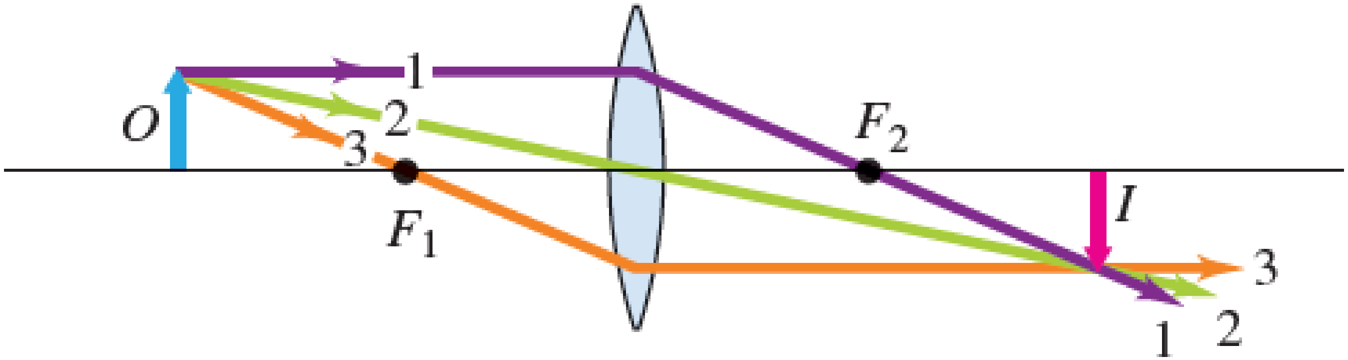
(a) O objeto O está fora da região entre o foco e o vértice; a imagem I é real.



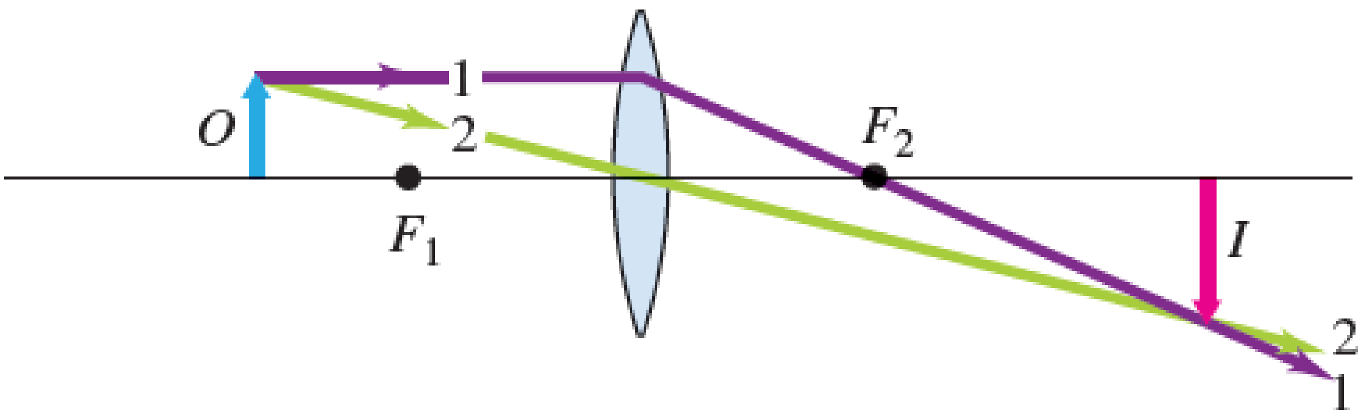
A imagem é real, invertida e menor.

Refração em uma superfície esférica

(b) O objeto *O* ainda está fora da região entre o foco e o vértice, porém mais perto do foco; a imagem *I* é real e mais afastada.

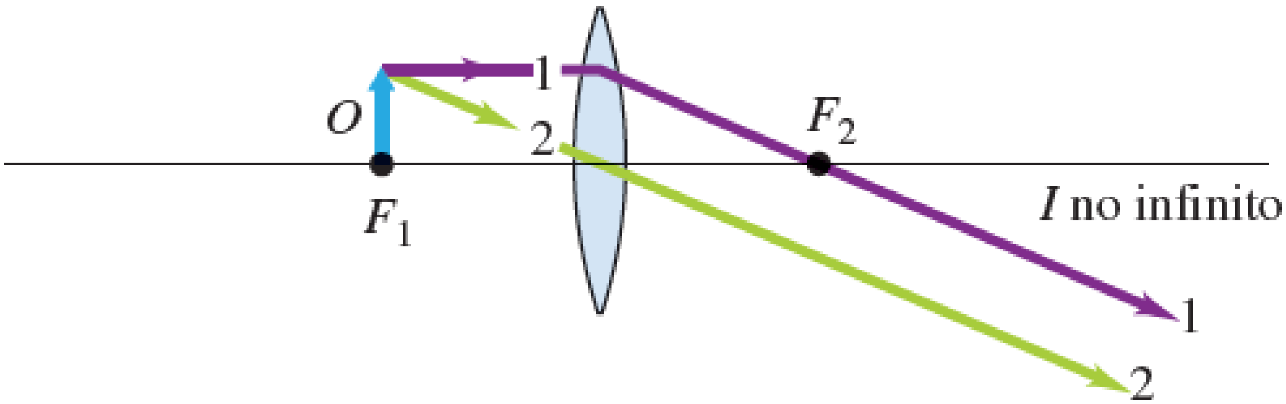


(c) O objeto *O* continua fora da região entre o foco e o vértice, porém está ainda mais perto do foco; a imagem *I* é real e ainda mais afastada.

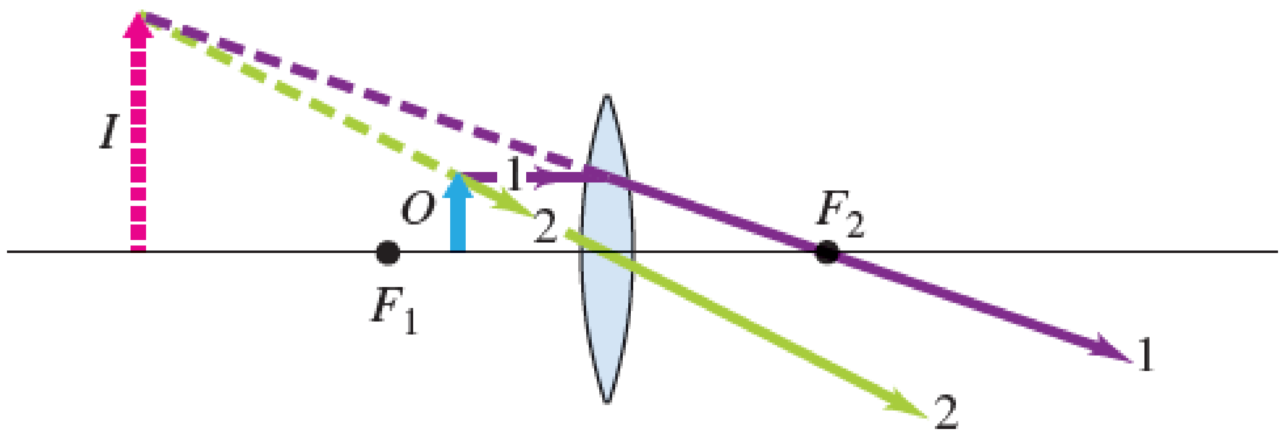


Refração em uma superfície esférica

(d) O objeto *O* está sobre o foco; a imagem *I* situa-se no infinito.

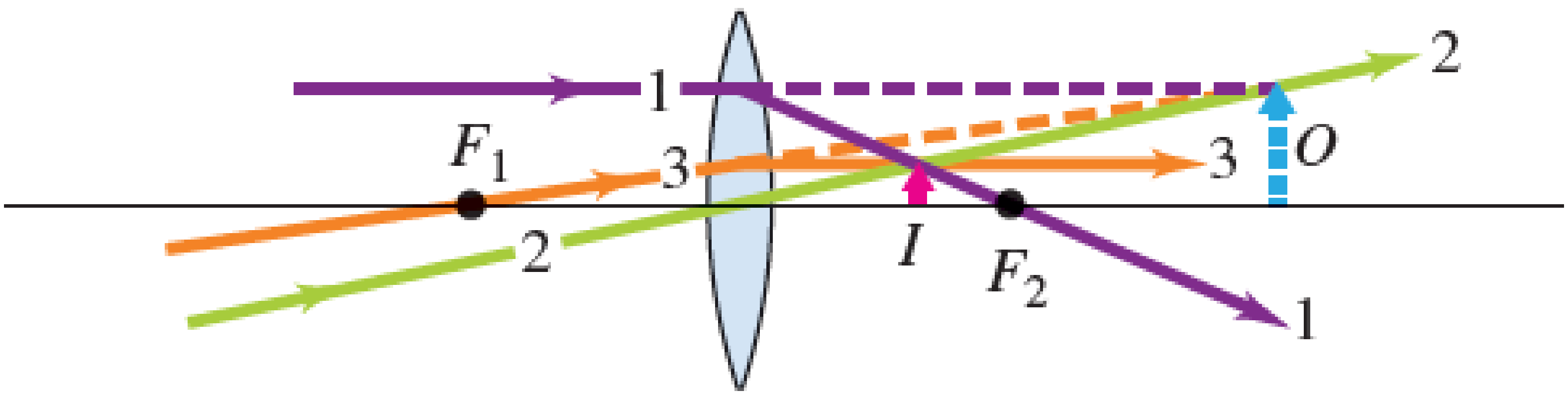


(e) O objeto *O* está entre o foco e o vértice; a imagem *I* é virtual e maior que o objeto.



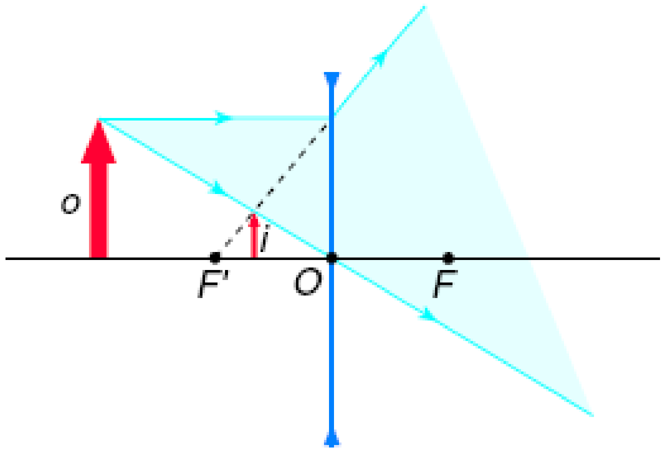
Refração em uma superfície esférica

(f) Um objeto virtual O (os raios de luz estão *convergindo* para a lente).

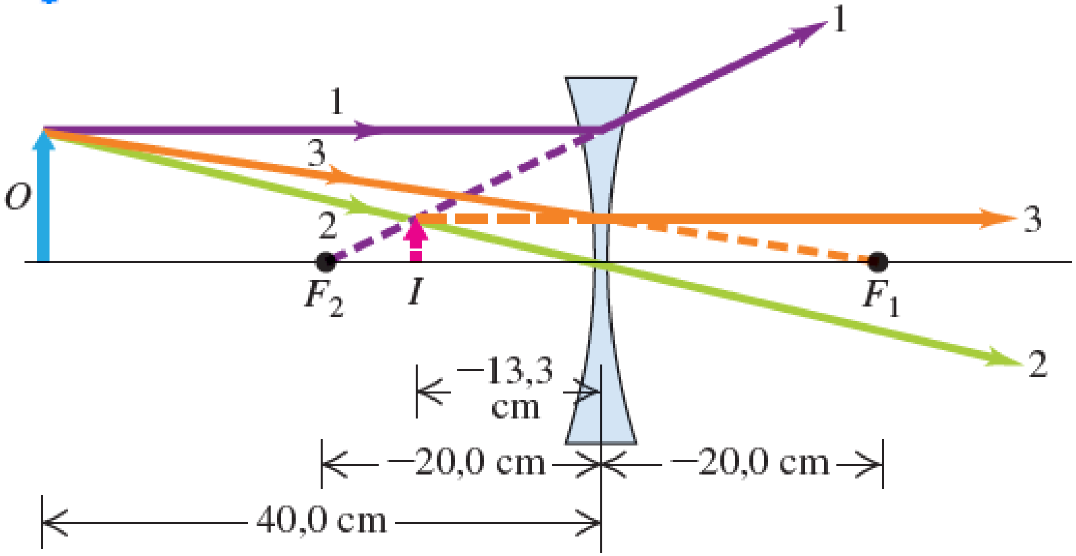


Refração em uma superfície esférica

Métodos gráficos: lente divergente



A imagem é virtual, direita e menor.



Refração em uma superfície esférica

Exemplo 11. Use diagramas de raios para determinar a posição e ampliação de imagem para um objeto em cada uma das seguintes distâncias de uma lente convergente com distância focal igual a 20 cm: (a) 50 cm; (b) 20 cm; (c) 15 cm; (d) -40 cm. Confira os resultados calculando a posição e a ampliação da imagem.

$$\text{(a)}\ \frac{1}{50\text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20\text{ cm}} \qquad s' = 33{,}3\text{ cm}$$

$$\text{(b)}\ \frac{1}{20\text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20\text{ cm}} \qquad s' = \pm\infty$$

$$\text{(c)}\ \frac{1}{15\text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20\text{ cm}} \qquad s' = -60\text{ cm}$$

$$\text{(d)}\ \frac{1}{-40\text{ cm}} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{20\text{ cm}} \qquad s' = 13{,}3\text{ cm}$$

$$\text{(a)}\ m = -\frac{33{,}3\text{ cm}}{50\text{ cm}} = -\frac{2}{3} \qquad \text{(b)}\ m = -\frac{\pm\infty\text{ cm}}{20\text{ cm}} = \pm\infty$$

$$\text{(c)}\ m = -\frac{-60\text{ cm}}{15\text{ cm}} = +4 \qquad \text{(d)}\ m = -\frac{13{,}3\text{ cm}}{-40\text{ cm}} = +\frac{1}{3}$$

Refração em uma superfície esférica

Exemplo 12. As lentes convergentes A e B, de distâncias focais de 8,0 cm e 6,0 cm, respectivamente, são colocadas a uma distância de 36 cm uma da outra. Ambas as lentes possuem o mesmo eixo ótico. Um objeto com 8,0 cm de altura é colocado 12,0 cm à esquerda da lente A. Determine a posição, o tamanho e a orientação da imagem final produzida por essa combinação de lentes. (Essas combinações são usadas em microscópios e telescópios)

Refração em uma superfície esférica

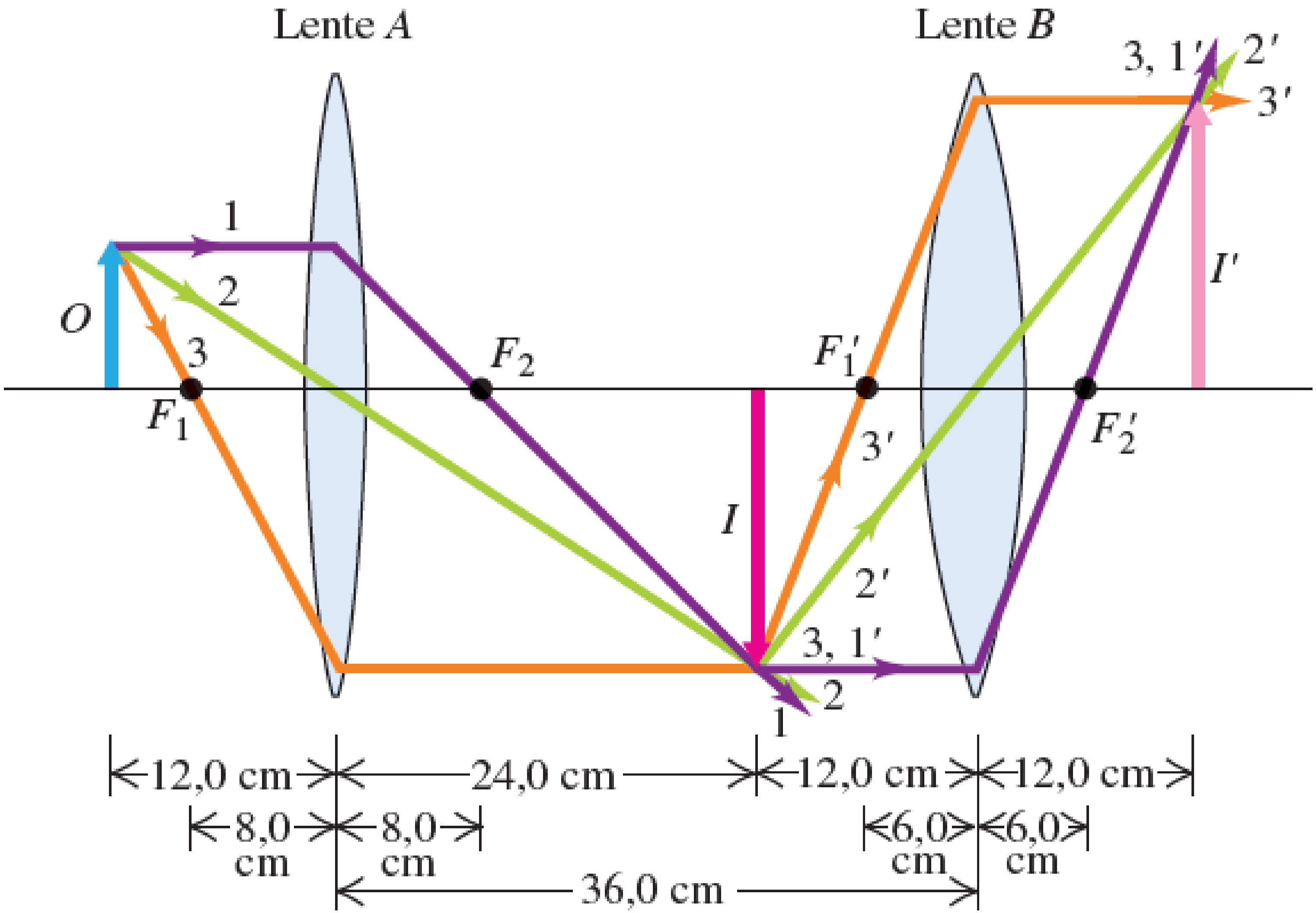


Imagem de uma imagem

Aplicando para a 1º Lente:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \Rightarrow \frac{1}{8} = \frac{1}{12} + \frac{1}{s_1'} \Rightarrow s_1' = +24\ cm$$

$$\frac{i}{o} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{i}{8} = -\frac{24}{12} \Rightarrow i = -16\ cm$$

Aplicando para a 2º Lente:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{s} + \frac{1}{s'} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{12} + \frac{1}{s_2'} \Rightarrow s_2' = +12\ cm$$

$$\frac{i'}{o} = -\frac{s'}{s} \Rightarrow \frac{i'}{-16} = -\frac{24}{12} \Rightarrow i = 16\ cm$$